Lycée El Hedi Ben Hsin Jendouba **devoir de controle N° 5**

♣ il est recommande de soigner la rédaction et la présentation de la copie ♣

Exercice n°1 (7 points)

Soit (U_n) la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = 3U_n + 1 \text{ pour tout } n \in IN \end{cases}$

1) a) Calculer U_1 et U_2

b) La suite (U_n) est-elle arithmétique ? Est-elle géométrique ?

2) Soit (V_n) la suite définie sur IN par : $V_n = U_n + \frac{1}{2}$

a) Calculer V_0

b) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison 3 .

c) Exprimer V_n en fonction de n.

d) En déduire U_n en fonction de n.

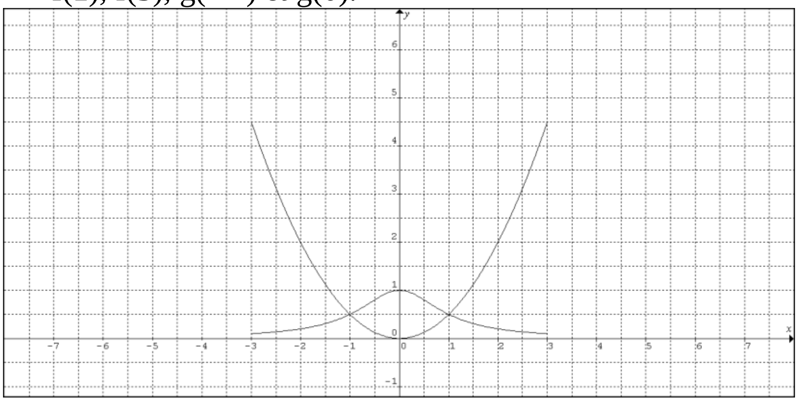
e) calculer $S = V_1 + V_2 + \ldots + V_{10}$ et $S' = U_1 + U_2 + \ldots + U_{10}$

Exercice n°2 (4 points)

Dans la figure ci-dessus, C_f et C_g sont les représentations graphiques de deux fonctions f et g qui sont définies sur $[-3;3]$

1) Décrire les variations de chaque fonction
2) Déterminer la valeur minimale de f(x).
3) Déterminer graphiquement :

f(1), f(3), g(−1) et g(0).



Exercice n°3 (6 points)

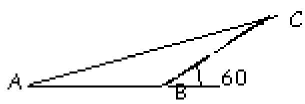
Soit x ∈]0, π[; On pose $f(x) = \frac{1}{1+\cos x} + \frac{1}{1-\cos x}$

1) calculer $f(\frac{\pi}{2}); f(\frac{\pi}{3}) \text{ et } f(\frac{\pi}{6})$
2) montrer que pour tout x ∈]0, π [; $f(x) = \frac{2}{\sin^2 x}$
3) trouver les réels x ∈]0, π [tels que f(x) = 4

Exercice n°4 (3 points)

Un promeneur marche 5 Km en direction Est. Puis 2 Km en direction presque du Nord –est (voir figure). Surpris par le mauvais temps, il retourne directement a son point de départ en courant la distance AC

1) quelle est la valeur de la distance courue.



2) Calculer l'aire du triangle ABC.

CORRECTION(proposée par Guesmi.B)

EXERCICE1

1)a) $u_1=3u_0+1=4$ et $u_2=3u_1+1=13$

b) on a : $u_1-u_0\neq u_2-u_1$ donc (u_n) n'est pas arithmétique

$\frac{u_1}{u_0}\neq\frac{u_2}{u_1}$ donc (u_n) n'est pas géométrique

2)a) $v_0=u_0+1/2=3/2$

b)$v_{n+1}=u_{n+1}+1/2=3u_n+3/2=3(u_n+1/2)=3v_n$

donc la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 3

c)$v_n=v_0q^n=3^{n+1}/2$

d)on a : $u_n=v_n-1/2=1/2(3^{n+1}-1)$

e) $S=v_1(\frac{3^{10}-1}{3-1})=\frac{9}{4}(3^{10}-1)$

$S'=(v_1-1/2)+(v_2-1/2)+\ldots\ldots+(v_{10}-1/2)$

$=S-1/2X10=S-5=\frac{9}{4}(3^{10}-1)-5$

EXERCICE2

1)a) si (C_f) est la parabole donc

F est decroissante sur [-3,0] et croissante sur [0,3]

b) g est croissante sur [-3,0] et decroissante sur [0,3]

2) on a $f(x)\geq 0$ sur [-3,3] donc 0 est le minimum de f

3)$f(1)=1/2$ et $f(3)=9/2$

$G(-1)=1/2$ et $g(0)=1$

EXERCICE3

1)f$(\frac{\pi}{2}) = 0$; $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{8}{3}$ $et\ f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 8$

2)$f(x) = \frac{1-cosx+1+cosx}{1-cos^2x} = \frac{2}{sin^2x}$

3)f(x)=4 sig $\frac{2}{sin^2x} = 4$ $equ\ sin^2x = \frac{1}{2}$ $et\ x \in [0,\pi]\ donc\ sinx = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Donc x=$\frac{\pi}{4}$

EXERCICE4

1)Formule d'El Kashi

$AC^2=5^2+2^2-2.5.2cos120°$

=29+20cos60°

=39

Donc $AC = \sqrt{39}$

2)on a : $\frac{AB}{sinC} = \frac{BC}{sinA} = \frac{AC}{sinB} = 2R$, *R rayon du cercle ciconscrit*

Donc R=$\frac{\sqrt{13}}{4}$

Mais l'aire S du triçangle ABC =$\frac{abc}{4R} = 10\sqrt{3}$

Je m'excuse si j'ai fait des erreurs de calcul
Mais le raisonnement est correct