Lycee El Hedi Ben Hsin Jendouba **devoir de controle N° 5**

Exercice N°1 :

(O,OI,OJ) est un repere orthonorme

1) placer les points A(-2,1) et B(2,3)

2) donner une ®quation catesienne de la droite (AB)

3) donner une ®quation du cercle (C) de diametre [AB]

4) verifier que E(2,1) appartient ¨ (C)

5) donner une ®quation r®diute de la tangente (T) ¨ (C) en E

6)determiner l'intersection de (C) avec l'axe des abscisses

Exercice N°2 :

Soit une fonction f définie sur$\mathbb{R}$.

a) Montrer que la *fonction r(x)=* $\frac{f(x)+f(-x)}{2}$ est paire.

b) Montrer que la *fonction s(x)=* $\frac{f(x)-f(-x)}{2}$ *est impaire.*

Exercice N°3 :

On considère la fonction définie par $f: x \longmapsto x(x-1)$

1) *Déterminer l'ensemble de* f *définition de f.*

2) *Montrer que pour tout* $x \in \mathbb{R}$ *on a :* $f(x) \geqslant$ -1/4

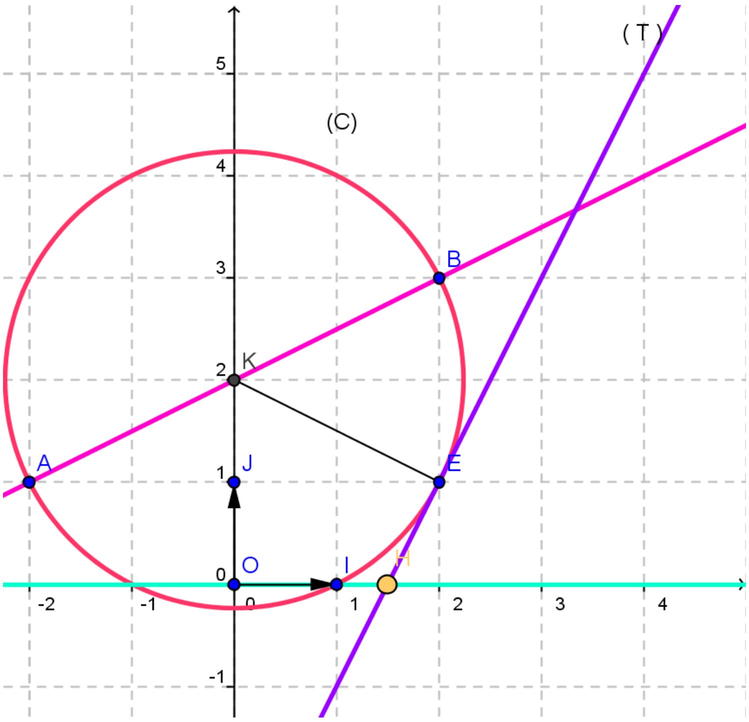
3) *En déduire que la fonction* f *admet un maximum en* $x = \frac{1}{2}$

4) *Démontrer que* $f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 -$ 1/4 *et déduire que* f *est croissante sur l'intervalle* $\left]-\infty; \frac{1}{2}\right[$ *et décroissantesur* $l'intervalle$ $\left]\frac{1}{2}; +\infty\right[$.

Bonne Chance

CORRECTION (proposée par Guesmi.B)

EXERCICE1



1)$\overrightarrow{AB}\binom{4}{2}$ $donc$ (AB) : -2x+4y+p=0 donc puisque A∈(AB) donc –(-2)+4+p=0 donc p=-8

Alors (AB) : x-2y+4=0

2)soit K le milieu de [AB] donc K(0,2) le centre de (C) ,est K son rayon est AK

$\overrightarrow{AK}\binom{-2}{-1}$ donc AK=$\sqrt{5}$

D'où (C) $x^2+(y-2)^2=5$ (1)

3) E(2,1) on remplace dans (1) alors $2^2+(1-2)^2=5$ donc E

Appartient à (C)

4) (T) est tangente à (C) en E donc $\overrightarrow{KE}\binom{2}{-1}$ est un vecteur normal à (T)

Donc (T) : 2x-y+a=0 or E appartient à (T) donc 2.2-1+a=0

Donc a=-3

Dlors (T) : 2x-y-3=0 signifie y=2x-3

5) la droite des abscisses (OI) : y=0

On remplace dans (1)

Donc $x^2=1$ d'où x=1 ou x=-1

Donc $A_1(1,0)$ et $A_2(-1,0)$

EXERCICE2

1)x$\in IR\ \ donc - x \in IR\ \ et\ r(-x) = \frac{f(-x)+f(x)}{2} = r(x)$

Donc r(x) est paire

2)de meme $x \in IR\ donc - x \in IR\ et\ s(-x) = \frac{f(-x)-f(x)}{2} = -s(x)$

Donc s(x) est impaire

EXERCICE3

1)f(x)=x(x-1) ponction polynome donc definie sur IR

2) cherchons le signe de f(x)+$\frac{1}{4}$=x^2-x+$\frac{1}{4}$

$$=(x-\frac{1}{2})^2$$

Donc $f(x)+\frac{1}{4}\geq 0$ $donc$ $f(x)\geq -\frac{1}{4}$ pour tout reel x

3) f(x)=x^2-x de la forme ax^2+bx+c avec a≠0 et a>0

Admet un minimum en x=$\frac{-b}{2a}=\frac{1}{2}$

Egal à $\frac{-\Delta}{4a}$ mais Δ=1 donc le minimum est $\frac{-1}{4}$

4) la reponse est dans la question(2)

Si $x\leq\frac{1}{2}$

Et $y\leq\frac{1}{2}$ et $x\neq y$ ona : $T=\frac{f(x)-f(y)}{x-y}=\frac{x^2-y^2-(x-y)}{(x-y)}=\frac{(x-y)(x+y-1)}{(x-y)}$ =x+y-1

Donc puisque$x\leq\frac{1}{2}$ et $y\leq\frac{1}{2}$ $donc$ x+y≤1 d'où x+y-1≤0

Donc T≤0 d'où f est decroissante sur]-∞,1/2] et donc

Croissante sur [1/2,+∞[