Exercice 1:

I – Soit la suite U_n ; $n \in \mathbb{N}$ définie par $U_n=2-5n$.

a) Montrer que U_n est une suite arithmétique.

b) Calculer la somme $S= U_0 +U_1 +\ldots\ldots+U_{15}$

II – Soit la suite V_n ; $n \in \mathbb{N}$ définie par $V_n =5x3^n$.

a) Montrer que V_n est une suite géométrique.

b) Calculer la somme $S'= V_0 +V_1 +\ldots\ldots+V_8$

Exercice 2

Sans utiliser la calculatrice calculer :

$A= tg\frac{\pi}{12} + tg\frac{5\pi}{12} + tg\frac{7\pi}{12} + tg\frac{11\pi}{12}$.

$B= tg\frac{\pi}{10} . tg\frac{2\pi}{5}$

Exercice 3

Soit ABC un triangle direct rectangle et isocèle en B.

O est le milieu de $[AC]$

r est la rotation directe de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1. Construire D = r(B) et montrer que ABCD est un carré.
2. Déterminer r((AB)) et montrer r((BC))=(CD).
3. Construire E=r(C) et montrer que D est le milieu $[CE]$.
4. Soit ζ le cercle de centre O et de rayon OA

   a) Déterminer le centre I du cercle ζ' image de ζ par r.

   b) Déterminer ζ ∩ ζ' (expliquer).

5) Soit G le centre de gravité ABC et G' le barycentre des points pondérés (D ; 1) et (I ;2).

   a) Montrer que r(G)=G'.

   b) La droite (AG) recoupe ζ en H et la droite (AG') recoupe ζ'en H'.

      Montrer que le triangle AHH' est rectangle et isocèle.

BON TRAVAIL

CORRECTION(proposée par Guesmi.B)

EXERCICE1

1)a) u_{n+1}=2-5(n+1)=2-5n-5=u_n-5

Donc u_{n+1}-u_n=-5 alors (u_n) est une suite de premier terme

U_0=2 et de raison r=-5

b)S=16($\frac{u_0+u_{15})}{2}$ $mais\ u_{15} = 2 - 5.15 = -73$

donc S=-568

2)a) $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{5.3^{n+1}}{5.3^n} = 3$

Donc (v_n) est une suite géométrique de premier terme

V_0=5 et de raison q=3

b)S'=v_0($\frac{3^9-1}{3-1}$) $= 49205$

EXERCICE2

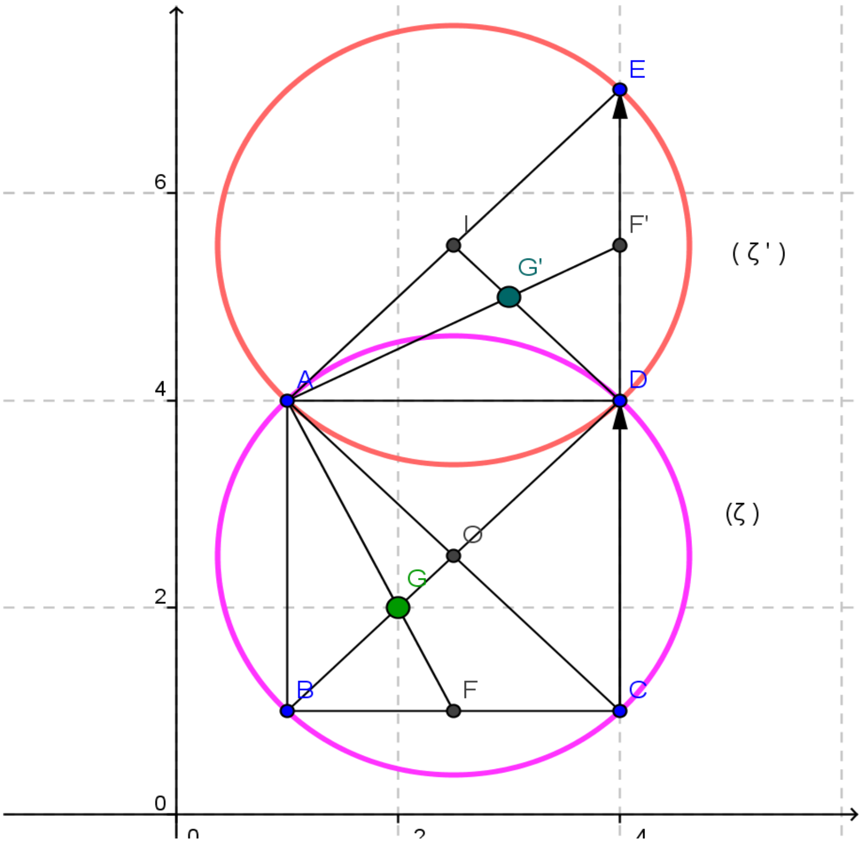
On sait que tg$(\pi - x) = -tanx\ \ et\ que$ tan $(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{1}{tgx}$

Donc A=$tg\,\frac{\pi}{12} + tan\,\frac{5\pi}{12} + \tan\left(\pi - \frac{5\pi}{12}\right) + tg\left(\pi - \frac{\pi}{12}\right) = 0$

On a : $\frac{2\pi}{5} = \frac{4\pi}{10} = \frac{5\pi}{10} - \frac{\pi}{10} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10}$

Donc B=1

EXERCICE3



r=r(A,$\frac{\pi}{2}$) ,$r(B) = D$

donc AB=AD et $\widehat{BAD} = \frac{\pi}{2}$

donc AB=AD=BC=CD et $\widehat{ABC} = \frac{\pi}{2}$ donc ABCD est un carre

2)r(A)=A et r(B)=D donc r(AB)=(AD)

R(BC) est la droite passant par r(B)=D et perpendiculaire à (BC)

Qui n'est que (CD) donc r(BC)=(CD)

3)E=r(C) donc (AE)$\perp$(AC) le triangle AEC etant rectangle isocele en A et AD=DC donc D est le milieu de [EC]

4)a)O milieu de [AC] et r(C)=E donc r(O)=I qui sera alors le milieu de [AE]

b)r(ξ)=(ξ') et que ξ passe par A,B,C et D donc r(ξ) passe par

r(A)=A,r(B)=D,r(C)=E et par r(D)

donc (ξ)∩(ξ')={A,D}

5)G est le centre de gravite du triangle AGC donc $\overrightarrow{GB} = -2\overrightarrow{GO}\ sig$

$\overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GO} = \vec{0}\ donc\ G\ est\ le$ barycentre de (B,1) et (O,2)

Donc r(G) est le barycentre de (r(B),1) et (r(O),2)

Sig r(G) est le barycentre de (D,1) et(I,2) qui n'est que G'

Donc r(G)=G'