Lycée El Hedi Ben Hsin Jendouba

Devoir de contrôle n6

Exercice n1 (10pts)

Soit f une fonction définie sur R par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{1}{2}$ et C_f sa représentation graphique dans un repère orthonormé

1)
   a) Vérifier que $f(x) = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 4$
   b) Tracer de C_f
   c) Etudier les variations de f sur $[3 , +\infty [$ et $] - \infty , 3]$
2)
   a) Tracer dans le même repère la droite D : $x - y - 3 = 0$
   b) Résoudre graphiquement l'équation $\frac{1}{2}x^2 - 4x + \frac{7}{2} > 0$
3) On considère les fonctions g et h définies sur R par : $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2}$ et $h(x) = \frac{1}{2}(|x| - 3)^2 - 4$
   a) Tracer en expliquant C_g à partir de C_f
   b) Etudier la parité de la fonction h et tracer C_h en expliquant à partir de C_f
4) Résoudre graphiquement $|f(x) + 3| \leq 1$

Exercice n2 (10pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soient les points A(1,4) et B(-1,0)

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB)
2) Construire la droite Δ d'équation $2x - y - 8 = 0$
3)
   a) Montrer que Δ et (AB) sont parallèles
   b) Déterminer coordonnées du point E intersection de Δ et l'axe des abscisses .

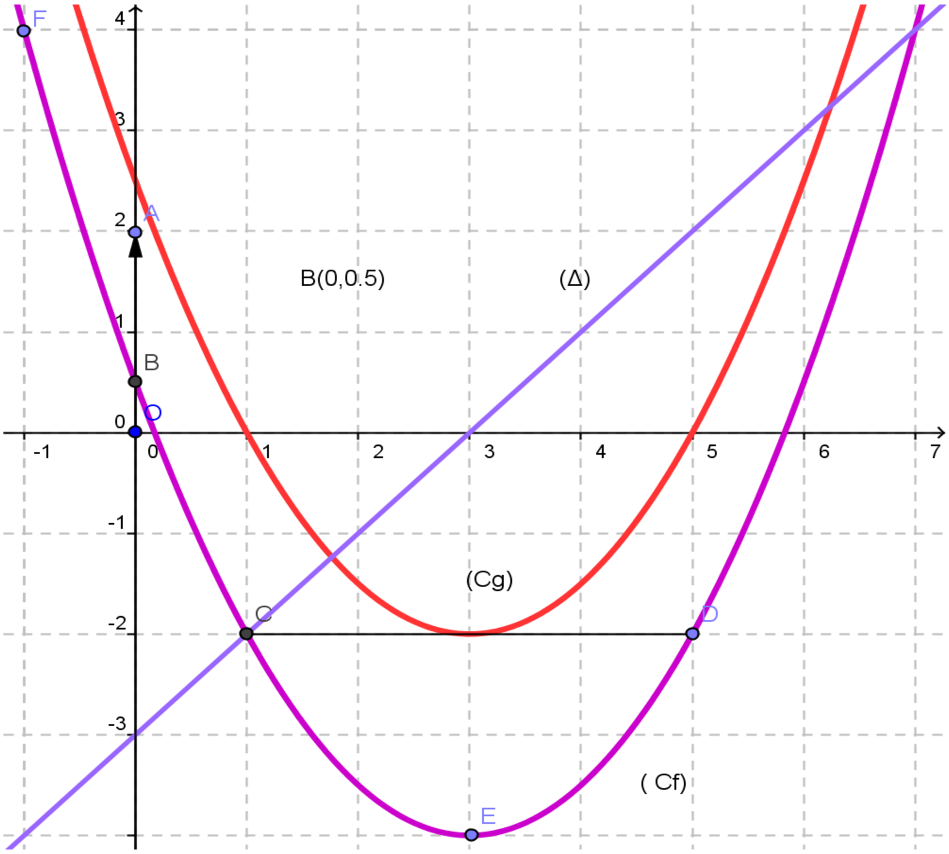
Dans la suite on prend E(4,0)

4)
   a) Déterminer une équation cartésienne de la droite D médiatrice du [AB]
   b) Déterminer le coefficient directeur de la droite (AE)
   c) En déduire l'équation réduite de (AE)
5) Soit $C = \{ M(x,y) \in P$ tels que $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0\}$
   a) Montrer que C est un cercle dont on précisera le centre I et le rayon
   b) Vérifier que le point $O \in C$ et écrire une équation cartésienne de la droite D' tangente à C en O
   c) Soit D'' la droite d'équation $2x - y + 5 = 0$, montrer que D'' et C sont sécantes , et déterminer les coordonnées des points F et G intersection de D'' et C

CORRECTION(proposée par Guesmi.B)

EXERCICE1

1)



a) on a : $\frac{1}{2}(x-3)^2-4$=1/2(x^2-6x+9)-4=1/2x^2-3x+1/2=f(x)

b)voir construction

c)a≥3 et b≥3 ;a≠b

soit T=$\frac{f(a)-f(b)}{a-b}=\frac{1}{2}(a+b-6)$ mais a≥3

b≥3 donc a+b≥6 éq a+b-6≥0

donc T≥0 alors f est croissante sur [3,+∞[

de la meme facon on montre que f est decroissante sur]-∞,3]

2)a) voir construction

b)$\frac{1}{2}x^2-4x+\frac{7}{2}>0\ sig\ \frac{1}{2}x^2-3x+\frac{1}{2}-x+3>0$

sig f(x)-y>0 avec Δ :y=x-3

donc l'ensemble des solutions est la partie de IR pour laquelle (C_f) est au dessus de (Δ)

donc S_{IR}=]-∞ ;1[∪]7,+∞[

3)a)g(x)=f(x)+2

Soit M(x,f(x)) et M'(x,g(x)) sig M'(x,f(x)+2)

$\overrightarrow{MM'}\binom{0}{2}$ $sig\ \overrightarrow{MM'} = 2\vec{J}$ donc $M' = t_{2\vec{J}}(M)$

Donc (C_g)=$t_{2\vec{J}}(C_f)$

b) on a :h(x)=f($|x|$) donc (Ch) est la partie de (Cf) d'abscisse positive qui est la courbe (C_f) passant par [B,C,E…)

4) $|f(x) + 3| \leq 1\ sig$ -4≤ $f(x)$≤-2

Partie de (C_f) d'abscisse dans [-4,-2]

Arc[CED]

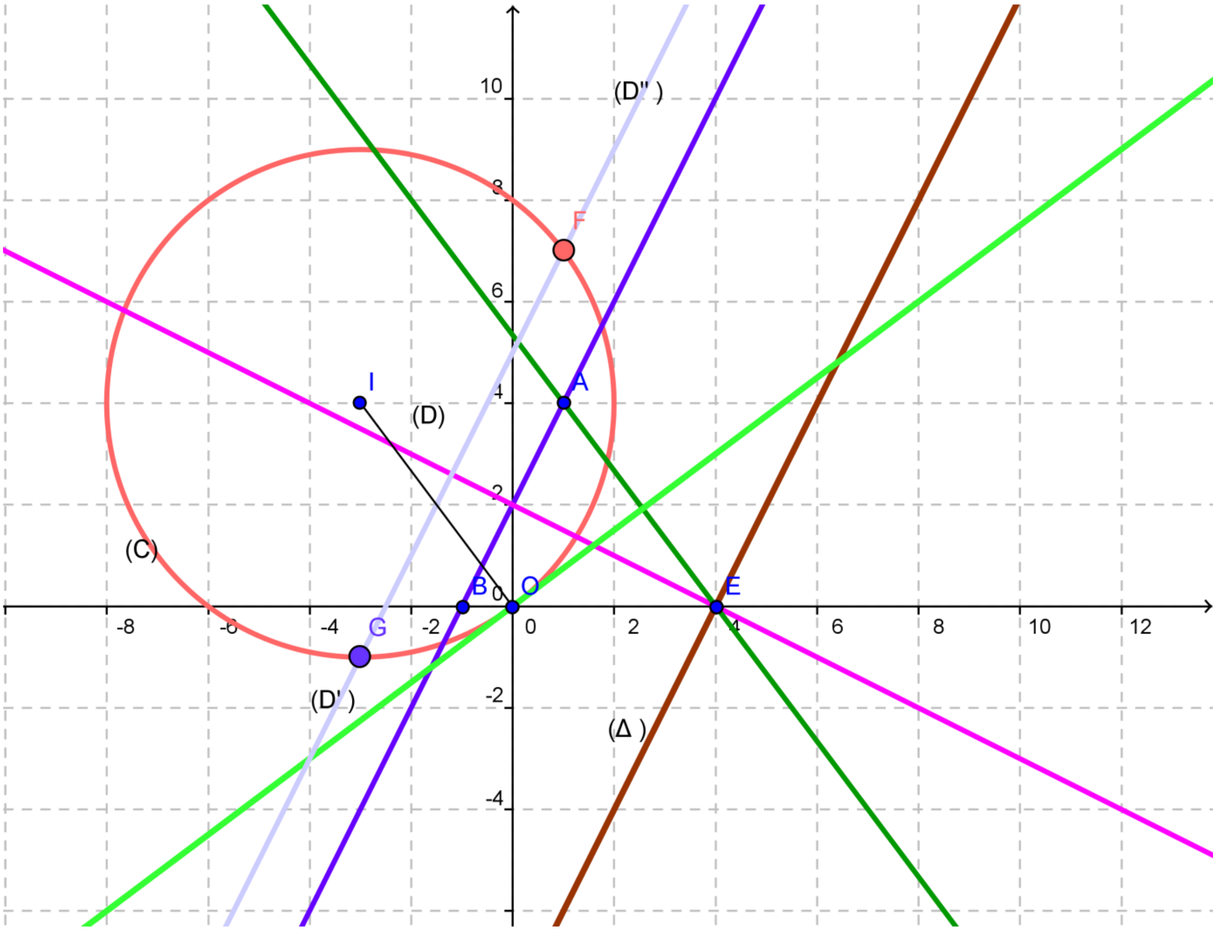
EXERCICE2

1)le coefficient directeur de (AB) est $\frac{4-0}{1-(-1)} = 2$

Donc (AB) :y=2x+b or B∈(AB) donc 0=2X(-1)+b donc b=2

D'où (AB) :y=2x+2

2) construction



3)a) (Δ) :y=2x-8

(Δ) et (AB) ont méme coeifficient directeur donc (AB)//Δ

b) l'axe des abscisses

Δ' :y=0

Dans (1) y=0 donc 2x=8 donc x= 4

Alors E(4,0).

4) (D) med [AB]

$\overrightarrow{AB}\binom{-2}{-4}$

$\overrightarrow{AB}$ est un vecteur normal a (D) donc

D :-2x-4y+c=0

c) I=A*B

donc I($\frac{1+(-1)}{2}$,$\frac{0+4}{2}$)

alors I(0,2)

I∈(D) donc -2X0-4X2+c=0

Alors C=8

Donc (D) :-2x-4y+8=0

Alors D :x+2y-4=0

b) le coeifficient directeur de la droite (AE) est

a=$\frac{4-0}{1-4} = \frac{-4}{3}$

c)   (AE) :y=-4/3x+p

E∈(AE) donc 0=-4/3X4+p

Alors p= 16/3

Donc (AE) : y=-4/3x+16/3

5) a) x^2+$y^2 + 6x - 8y = 0\ donc$ (x^2+6x)+(y^2-8y)=0   (2)

Donc $(x+3)^2$-9+$(y-4)^2$-16=0

Alors $(x+3)^2+(y-4)^2=5^2$

Alors $(x-(-3))^2+(y-4)^2=5^2$

Cercle C(I,R) , I(-3,4) R=5

b) on a dans (2)

0=0 donc 0(0,0) ∈(C)

Ou bien dans (3)

(D') tangente a (C) en o donc

$\overrightarrow{OI}$ est un vecteur normal a (D')

$\overrightarrow{OI}\binom{-3}{4}$ alors D' : -3x+4y+p=0

o∈D' donc p=0

alors D' :$-3x+4y=0$

c) D' : $2x-y+5=0$

C : $(x+3)^2+(y-4)^2=5^2$ (3)

D :$y=2x+5$ (4)

On remplace y dans (3) on aura

$(x+3)^2+(2x+1)^2=5^2$

Alors $x^2+6x+9+4x^2+4x+1-25=0$

Donc $5x^2+10x-15=0$

Alors $x^2+2x-3=0$

$A+b+c=0$

Donc $x=1$ ou $x=-3$

Si $x=1$ dans (4) alors $y=9$

Si $x=-3$ alors $y=-1$

F(1,9), G(-3,-1)