Lycée El Hedi Ben Hsin Jendouba **devoir de controle N° 5**

<u>QCM</u> : (5pts)

Pour chacune des propositions suivantes, on donne trois réponses dont une seule est juste, la quelle?

1) Le point M (–2,1) est situé sur la courbe de la fonction :

a) $f(x)=-x^2+3$; b) $g(x)=\frac{2}{3}x^2$; c) $h(x)=\left|-x^2+3\right|$

2) Si $\vec{u}$ est un vecteur directeur d'une droite $D: y=-\frac{3}{2}$ alors :

a) $\vec{u}$ est normal à (yy') ; b) $\vec{u}$ est directeur de (yy') ; c) $\vec{u}$ est colinéaire avec $\vec{V}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$

3) Pour un parabole dont le sommet (0,–2) est un maximum croit et décroit respectivement sur :

a) $]-\infty,0]$ puis $[0,+\infty[$; b) $]-\infty,-2]$ puis $[-2,+\infty[$; c) $]-\infty,0]$ puis $[-2,+\infty[$

4) Soit dans le plan le cercle C d'équation : $(x+4)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=5$, on a donc le point :

a) $N(1,3)\in C$; b) $H\left(-5,\frac{7}{2}\right)\in C$; c) $K(3,1)\in C$

5) La droite d'équation $x=-\frac{2}{3}$ est l'axe de symétrie du parabole :

a) $P_1: y=\frac{2}{3}x^2$; b) $P_2: y=\frac{2}{3}(x+5)^2$; c) $P_3: y=\left(x+\frac{2}{3}\right)^2-1$

<u>Exercice n°1</u> : (6pts)

On considère dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ les points $A\left(2,-\frac{28}{5}\right)$, $B\left(-1,-\frac{3}{5}\right)$ et $C\left(5,-\frac{23}{5}\right)$.

1) Montrer que les points A, B et C sont non alignés.
2) Trouver une équation cartésienne de la droite Δ passant par B et parallèle à la droite (AC).
3) Trouver l'équation réduite de la droite Δ' passant par le point A et de coefficient directeur –3.
4) Montrer que Δ et Δ' sont sécantes et calculer les coordonnées de leur point d'intersection I.
5) Soit la droite $D_m: (m+1)x+(m+2)y+\frac{1}{5}=0 \quad (m\in\mathbb{R})$. Montrer que les droites Δ, Δ' et D_m sont concourantes.

<u>Exercice n°2</u> : (4pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. On considère les ensembles suivants :

$E=\left\{M(x,y)\in P / \ x^2+y^2-3x+4y+6=0\right\}$

$F=\left\{M(x,y)\in P / \ x^2+y^2+x-y+5=0\right\}$

$G=\left\{M(x,y)\in P / \ x^2+y^2+2x-6y+10=0\right\}$

1) Déterminer les ensembles : E, F et G.
2) Dans le cas où l'ensemble trouvé est un cercle écrire une équation cartésienne.

<u>Exercice n°3</u> : (5pts)

Soit la fonction : $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \ ; x\mapsto -\frac{1}{2}(x+3)^2$.

1) Etudier les variations de f et tracer sa courbe représentative (C) dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.
2) Soit la fonction $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R} ; \ x\mapsto -\frac{1}{2}x^2-3x-\frac{5}{2}$.
   a) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$, g(x) = f(x) + 2.
   b) En déduire la représentation graphique de la fonction g dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

CORRECTION (proposée par Guesmi.B)

QCM

1)c

2)a

3)a

4)b

5)c

EXERCICE1

1)on a $\overrightarrow{BA}\binom{3}{-5}$ et $\overrightarrow{BC}\binom{6}{-4}$ on a : 3X(-4)≠(-5)X6

Donc A, B et C sont non alignés

2) on a :Δ// (AC) donc $\overrightarrow{AC}\binom{3}{1}$ est un vecteur directeur de Δ

Donc Δ : x-3y+k=0 mais B(-1,-3/5) €Δ d'où

-1+9/5+k=0 donc k=-4/5 alors Δ : x-3y-4/5=0

3)Δ' : y=-3x+p mais A(2,-28/5)€Δ' donc -28/5=-6+p

Par suite p=2/5 et alors Δ' :y=-3x+2/5

4) on a : Δ : y=$\frac{1}{3}x - \frac{4}{15}$ (1) et Δ' : y=-3x+2/5 (2)

Mais 1/3 ≠-3 donc ΔetΔ' sont secantes

Pour determiner les coordonnées de leur point d'intersection I(x,y)

On doit resoudre le système (1) et (2)

On trouve tres simplement x=1/5 et y=-1/5

Donc I(1/5,-1/5)

5) on doit premièrement justifier que pour tout reel m D_m est une droite

Elle est de la forme ax+by+c=0

a=m+1 et b=m+2 donc si a=0 alors m=-1 et b=1 donc

pour tout reel m le couple $(a,b)\neq(0,0)$ donc D_m est une droite

pour tout réel m

maintenant pour que Δ,Δ' et D_m soient concourantes alors

obligatoirement leur point de concourt est I

donc on doit verifier que $I \in D_m$

on a : (m+1)(1/5)+(m+2)(-1/5)+1/5= 0

donc les trois droites sont concourantes en I

EXERCICE2

(E) : ($x^2-3x)+(y^2+4y)=-6$

$$(x-\frac{3}{2})^2-\frac{9}{4}+(y+2)^2-4=-6 \; sig \; (x-\frac{3}{2})^2+(y+2)^2=(\frac{1}{2})^2$$

Donc c'est l'equation d'un cercle de centre I(3/2,-2) et de rayon ½

$(F):(x^2+x)+(y^2-y)=-5$

$:(x+\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}+(y-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}=-5$

$:(x+\frac{1}{2})^2+(y-\frac{1}{2})^2=\frac{-9}{2}$ impossible

G $:(x+1)^2-1+(y-3)^2-9=-10$

$:(x+1)^2+(y-3)^2=0$ n'est vrai que si x+1=0 et y-3=0

Donc x=-1 et y=3

Donc G={K} avec K(-1,3)

EXERCICE3

1)Toute fonction du type f(x) ax^2+bx+c avec $a\neq 0$

Est une parabole de sommet S(-b/2a ; f(-b/2a)) d'axe de symétrie

D : x=-b/2a (dans un repere orthogonal)

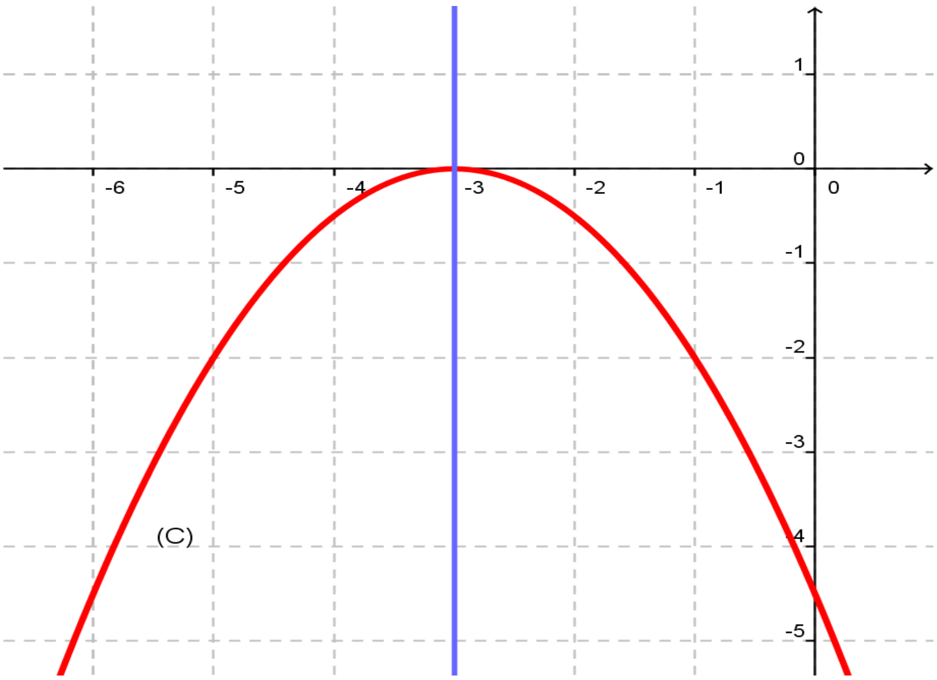
D_f=IR =]-∞ ;-3]∪[-3,+∞[

Dans [-3,+∞[a et b deux reels $a\neq b$

Calculons $T=\frac{f(a)-f(b)}{a-b}=\frac{-\frac{1}{2}[(a+3)^2-(b+3)^2]}{(a-b)}=-\frac{1}{2}(a+b+6)$

Or $a\geq -3$ et $b\geq -3$ donc $a+b\geq -6$ sig $a+b+6\geq 0$ donc $T\leq 0$

Alors f est deccroissante sur[-3,+∞[et croissante sur]-∞,-3]



2)f(x)+2=-1/2(x+3)^2+2=$-\frac{1}{2}(x^2+6x+9)+2=-\frac{1}{2}x^2-3x-\frac{5}{2}=g(x)$

3)si M(x,f(x)) et M'(x,g(x)) sig M'(x,f(x)+2)

Donc $\overrightarrow{MM'}\binom{0}{2}$ sig $\overrightarrow{MM'}=2\vec{j}\ sig\ M'=t_{2\vec{j}}(M)$

Donc (C_g)=$t_{2\vec{j}}(C_f)$