Lycée El Hedi Ben Hsin Jendouba *devoir de controle N° 5*

EXERCICE N° 01 (4 pts) :

Répondre par vrai ou faux en justifiant votre réponse :

1/ Soient f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ tel que :

* f est paire et g est impaire.

* $f(1)=2$ et $g(1)=2$

Soit S la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $S(x)=f(x)+g(x)$, donc on a :

➢ S est une fonction impaire **(2 pts)**

2/ Soit $f(x)=x^2+1 \quad ; \quad x\in[-5,5]$, donc on a :

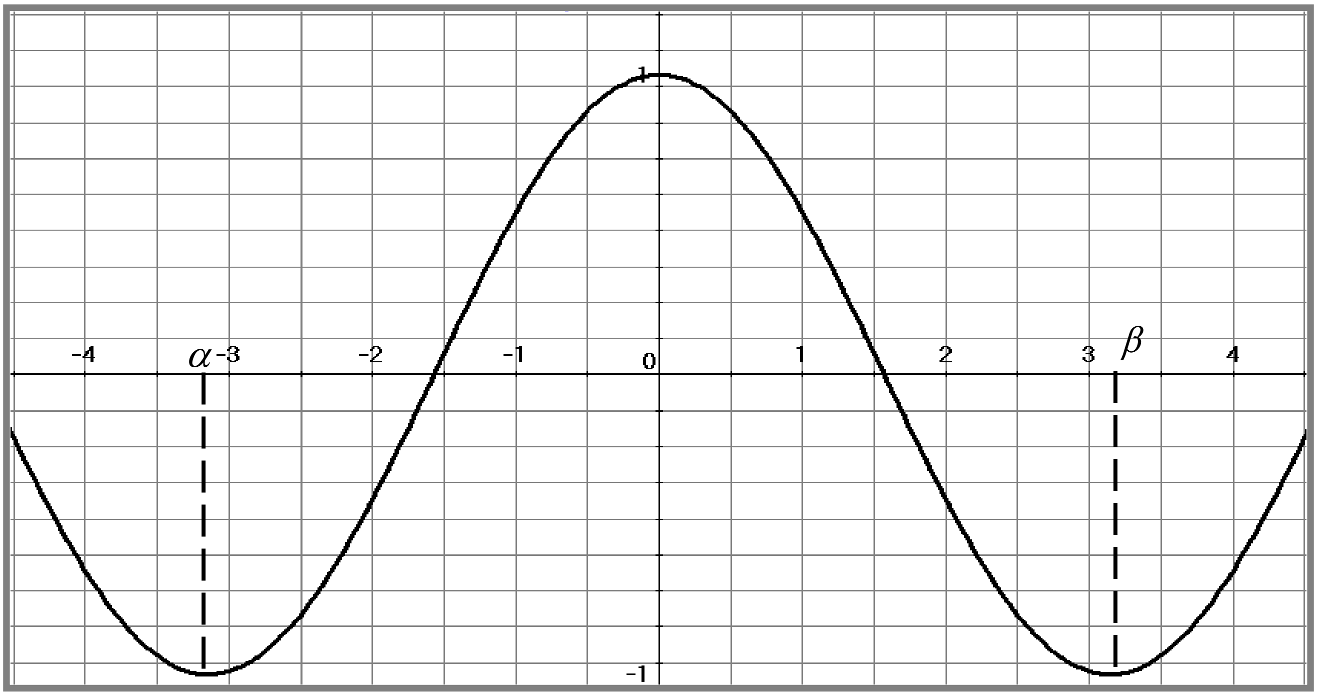
➢ f est une fonction paire **(1 pt)**

3/ soit g une fonction décroissante sur un intervalle I , donc on a :

➢ $g(x)\leq 0$ pour tout $x\in I$. **(1 pt)**

EXERCICE N° 02 (6 pts) :

La courbe si dessous est la représentation graphique d'une fonction f .



1/ Déterminer D_f (le domaine de définition de f) **(2 pts)**

2/ Etudier les variations de f sur $[\alpha , \beta]$. **(2 pts)**

3/ compare $f(2{,}5)$ et $f(-2)$. **(2 pts)**

EXERCICE N° 03 (10 pts) :

Soit (ξ) un cercle de diamètre $[AB]$ et de rayon 1. Soit M un point de (ξ) et C le projeté orthogonal de M sur $[AB]$.

On pose $\widehat{MAB} = \alpha$ et $O = A * B$.

1/ Montrer que $\cos(\alpha) = \dfrac{AC}{AM} = \dfrac{AM}{AB}$. **(2,5 pts)**

2/ a) Montre que si $\alpha \in \left[0, \dfrac{\pi}{4}\right]$ alors $AC = 1 + \cos(2\alpha)$. **(2,5 pts)**

b) Exprimer $\cos^2(\alpha)$ en fonction de $\cos(2\alpha)$. **(2,5 pts)**

3/ En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$. **(2,5 pts)**

CORRECTION(proposée par Guesmi.B)

EXERCICE1

1)faux

$S(-x)=f(-x)+g(-x)$

$\quad =f(x)-g(x)$

Pour $x=1$

$S(-1)=f(1)-g(1)$

$\quad =2-2=0$

$S(1)=4$ *donc* $-S(1)=0$

Donc $S(-1) \neq -S(1)$

2)vrai

$-5 \leq x \leq 5$ *donc* $-5 \leq -x \leq 5$ *et* $f(-x)=f(x)$ *donc f est paire*

3) faux

Exemple $f(x)=-2x+1$ *decroissante mais par exemple* $f(-2)=5$

EXERCICE2

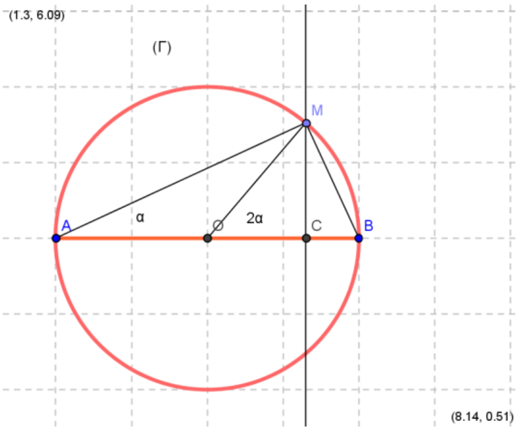
1)$D_f=[-4,5\ ;4,5]$

2)f est croissante sur $[\alpha,0]$ *et decroissante sur* $[0,\beta]$

3)$f(2,5)<f(-2)$

EXERCICE3

1)



Dans le triangle rectangle AMC on a : $\cos\alpha=\frac{MC}{AM}$

Dans le triangle rectangle ABM on a : $\cos\alpha=\frac{AM}{AB}$

2)a) AC=1+OC

$\widehat{BOM}=2\alpha$ ***(angle au centre) donc*** $\cos2\alpha=\frac{OC}{OM}=OC$

Puisque OM=1

Donc $AC=1+\cos2\alpha$

Or $AM=2\cos\alpha$ *, le triangle MAB est rectangle en M et C est le projeté*

Orthogonal de M sur (AB) donc d'apres les relations metrique

Dans le triangle on a : $AM^2=AC.AB$ *; or AB=2*

Donc $AM^2=2AC$

$=2(1+\cos2\alpha)$

Or $AM=2\cos\alpha$

Donc $\cos2\alpha=2\cos^2\alpha-1$ *sig* $\cos\alpha=\sqrt{\frac{1+\cos2\alpha}{2}}$ *(1)*

On remplace α *par* $\frac{\pi}{12}$ *dans (1) on a:* $\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$