Lycée El Hedi Ben Hsin Jendouba **devoir de controle N°5**

EXERCICE N°1 : 10 pts

Soit f une fonction une fonction linéaire telle que $f(2)=4$

1/ a/ Calculer le coefficient de f.

b/ En déduire que $f(x)=2x$.

2/ a/ Déterminer les images de (-2) et de 5 par f.

b/ En déduire $f(3)$.

3/ Déterminer l'antécédent de 1 et de (-3) par f.

4/ Tracer D la représentation graphique de f dans un repère (O,I,J).

5/ Le point $E(-2,6)$ appartient-il à D ? Justifier la réponse.

6/ Soit m un paramètre réel et C un point de coordonnées $(2,m-4)$.

Déterminer le réel m pour que $C\in D$.

7/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $4 \leq (f(x-4))^2$.

EXERCICE N°2 : 10 pts

1/ a/ Construire un parallélogramme $ABCD$ de centre I.

b/ Calculer les sommes suivantes :

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC}$ et $\overrightarrow{DI}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{BA}$.

2/ a/ Construire le point E tel que $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AE}$.

b/ Montrer que $\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{DC}$.

c/ Les droites (AE) et (BC) se coupent au point J.

Montrer que $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AJ}$.

3/ a/ Construire le point F tel que $\overrightarrow{AF}=-2\overrightarrow{IB}$.

b/ Montrer que $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{FE}$ sont colinéaires.

CORRECTION (proposée par Guesmi.B)

EXERCICE N°1 : 10 pts

1/ a/ $a = \frac{f(x)}{x}$ pour $x \neq 0$ donc $a = \frac{f(2)}{2} = \frac{4}{2} = 2$.

b/ f est une fonction linéaire donc $f(x) = ax = 2x$.

2/ a/ $f(-2) = 2 \times (-2) = -4$.

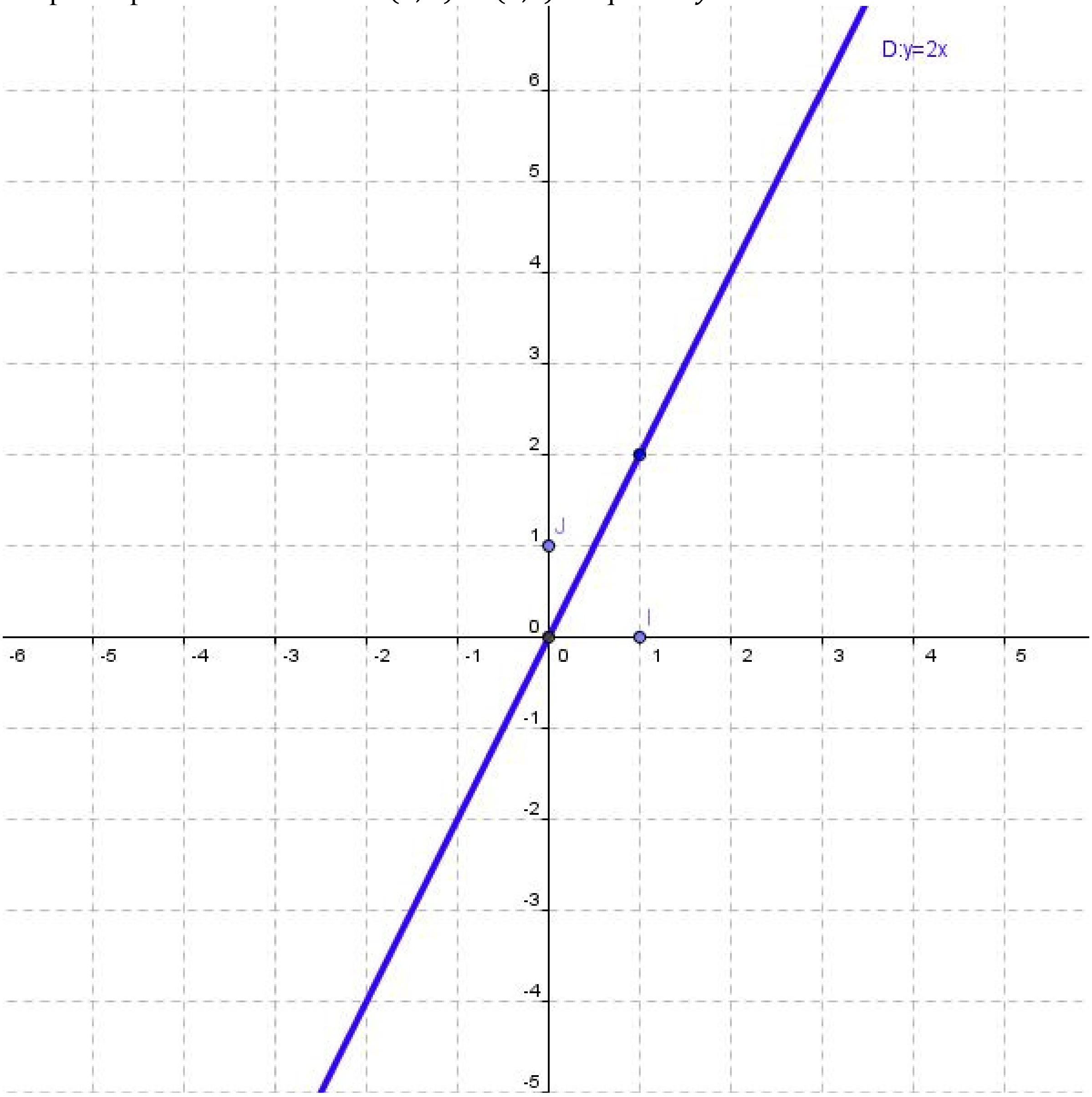
$f(5) = 2 \times 5 = 10$.

b/ $f(3) = f(-2+5) = f(-2) + f(5) = -4 + 10 = 6$.

3/ $f(x) = 1$ éqà $2x = 1$ éqà $x = \frac{1}{2}$

$f(x) = -3$ éqà $2x = -3$ éqà $x = -\frac{3}{2}$.

4/ La représentation graphique d'une fonction linéaire est la droite D qui passe par l'origine O et par un point de coordonnées $(1, a) = (1,2)$ d'équation $y = 2x$.



5/ $f(-2) = -4 \neq 6$ donc $E \notin D$.

6/ $C \in D$ éqà $f(2) = m - 4$

éqà $4 = m - 4$

éqà $m = 4 + 4 = 8$

7/ $4 \leq \left(f(x-4)\right)^2$ éqà $4 \leq \left(2(x-4)\right)^2$

éqà $4 - (2x-8)^2 \leq 0$

éqà $[2-(2x-8)][2+(2x-8)] \leq 0$

éqà $(2-2x+8)(2+2x-8) \leq 0$

éqà $(-2x+10)(2x-6) \leq 0$

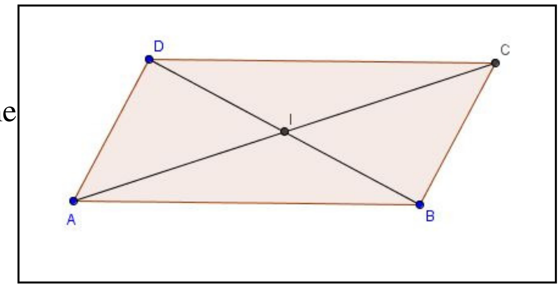
$-2x+10 = 0$ éqà $-2x = -10$ éqà $x = \frac{-10}{-2} = 5$

$2x-6 = 0$ éqà $2x = 6$ éqà $x = 3$

x	$-\infty$		3		5		$+\infty$
-2x+10		+		+	0	−	
2x-6		−	0	+		+	
(-2x+10)(2x-6)		−	0	+	0	−	

$S_{\mathbb{R}} =]-\infty; 3] \cup [5; +\infty[$

<u>***EXERCICE N°2 : 10 pts***</u>



1. a. Construction du parallélogramme $ABCD$.

   b. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$: relation de Chasles.

   $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BD}$ car $ABCD$ est un parallélogramme

   $I = A * C$ éqà $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$

   $\overrightarrow{DI} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{BA}$

   $= \left(\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DI}\right) + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{AB}$

   $= \left(\overrightarrow{CI} + \overrightarrow{IB}\right) + \overrightarrow{AB}$

   $= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}$

   $= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$ car $ABCD$ est un parallélogramme.

   $= \overrightarrow{DB}$

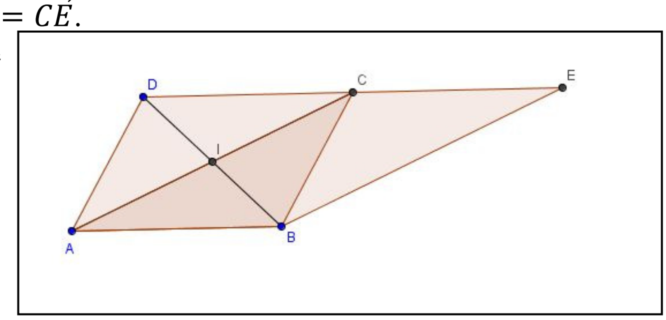
2. a. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AE}$ éqà $ABEC$ est un parallélogramme.

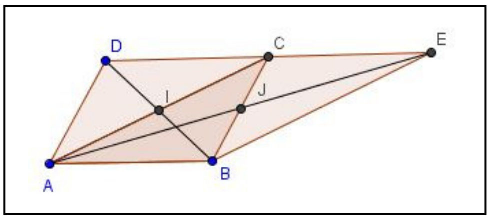
   b. $ABEC$ est un parallélogramme éqà $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$.

   Comme $ABCD$ est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

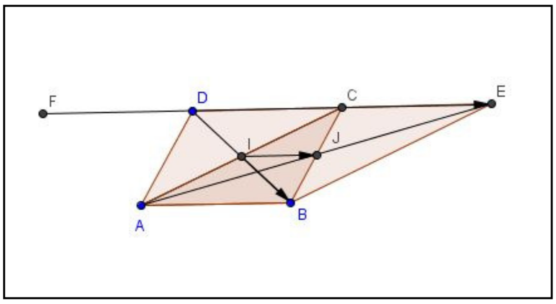
   Donc $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE}$ éqà $C = D * E$

   éqà $\overrightarrow{DE} = 2\overrightarrow{DC}$.





3. a. Comme $ABCD$ est un parallélogramme
et les diagonales $[AE]$ et $[BC]$ se coupent en J alors
$J = B * C$ par conséquent $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AJ}$.
b. On a : $\overrightarrow{AF} = -2\overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{BI}$



$J = B * D$ éqà $2\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BD}$
Donc $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BD}$ éqà $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FD}$
$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CE}$
$\quad = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$
$\overrightarrow{FE} = 3\overrightarrow{AB}$ (1)
Dans le triangle ABC, on a : $\begin{cases} I = A * C \\ J = B * C \end{cases}$
Donc $\begin{cases} (IJ)//(AB) \\ IJ = \frac{1}{2}AB \end{cases}$ par suite $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires. Comme $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont de même sens alors $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{IJ}$ (2).
D'après (1) et (2), on a : $\overrightarrow{FE} = 3\overrightarrow{AB} = 3 \times \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{IJ}$.