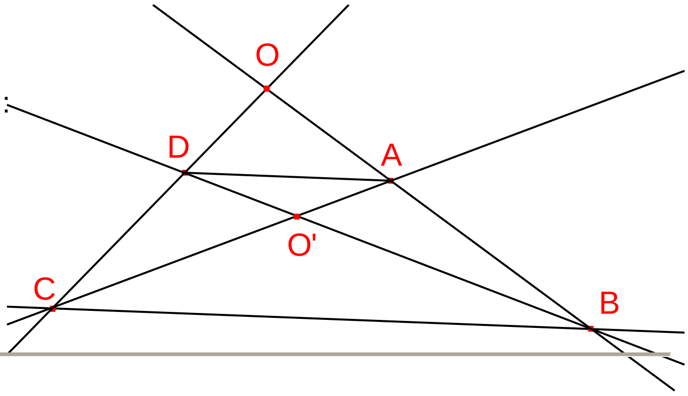
Lycee El Hedi Ben
Hsin Jendouba

Devoir de contrôle № 4

Exercice 1 : QCM (5,5 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse est correcte. Aucune justification n'est demandée.

1. ABCD est un trapèze de bases [AD] et [BC].
L'homothétie qui transforme A en B et D en C est de centre :



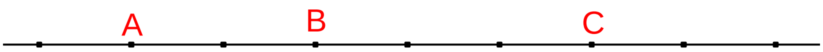
$\boxed{A}$ O

$\boxed{B}$ O'

$\boxed{C}$ un point qui n'est ni O ni O'

---

2. C est l'image de B par :



$\boxed{A}$ l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{2}{5}$

$\boxed{B}$ l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{5}{2}$

$\boxed{C}$ l'homothétie de centre A et de rapport $-\frac{3}{2}$.

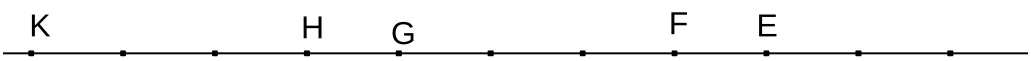
---

3. L'homothétie de rapport $\frac{7}{3}$ qui transforme G en K est de centre :

$\boxed{A}$ H

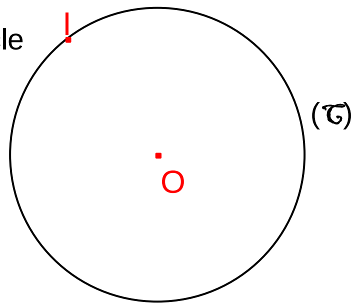
$\boxed{B}$ F

$\boxed{C}$ E



---

4. L'image du cercle $(\mathscr{C})$ par une homothétie de centre I et de rapport $k \prec 0$ est un cercle



$\boxed{A}$ extérieurement tangent à $(\mathscr{C})$.

$\boxed{B}$ intérieurement tangent à $(\mathscr{C})$.

$\boxed{C}$ sécant avec $(\mathscr{C})$.

5. Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de premier terme $U_0 = 5$ et de raison $r = -6$ alors :

A $U_n = 5 - 6n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

B $U_n = -6 + 5n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

C $U_n = -30n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

---

6. Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de premier terme $U_0 = 2$ et de raison $r = 3$ alors :

A $U_5 = 6$

B $U_0 + U_1 + \ldots + U_{24} + U_{25} = 1027$

C $U_0 + U_1 + \ldots + U_{24} + U_{25} = -478$

---

7. On donne les réels $a = 2$; $b = 10$ et $c = 14$

A a ; b et c sont trois termes consécutifs d'une suite arithmétique.

B a^2 ; b^2 et c^2 sont trois termes consécutifs d'une suite arithmétique.

C a^3 ; b^3 et c^3 sont trois termes consécutifs d'une suite arithmétique.

<u>Exercice 2</u> : (8 points)

On considère les polynômes $P(x) = 2x^3 + 13x^2 + 25x + 14$ et $Q(x) = x^2 + 3x + 2$.

1. a. Vérifier que (-1) est une racine de P.
b. Déterminer alors toutes les racines du polynôme P.
c. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $Q(x) = 0$.

2. Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $U_n = \dfrac{P(n)}{Q(n)}$.

a. Simplifier U_n pour tout $n \in \mathbb{N}$.
b. Prouver que (U_n) est une suite arithmétique de raison 2.

3. Soit la somme $S = U_0 + U_1 + U_2 + \ldots + U_n$
a. Montrer que $S = n^2 + 8n + 7$.
b. Déterminer n pour que $S = 475$.

<u>Exercice 3</u> : (6,5 points)

Soit ABC un triangle, on désigne par I le milieu du segment [BC] (**Voir figure**)
La médiatrice Δ du segment [BC] coupe la droite (AC) en E. La perpendiculaire à Δ en E coupe la droite (AB) en F. Soit h l'homothétie de centre A telle que h(C) = E.

1. a. Compléter la figure et déterminer h((AB)) et h((BC)).
b. En déduire que h(B) = F.

2. La droite (AI) coupe la droite (EF) en J
a. Montrer que h(I) = J.
b. En déduire que J est le milieu du segment [EF].

3. Soit h' l'homothétie de centre B qui transforme C en I. On désigne par O le milieu du segment [AB].
Déterminer le rapport de h' et préciser h'(A).

CORRECTION (Proposee par Guesmi.B)

EXERCICE1

1)C 2)B 3)B 4)A 5)A 3)B 7B

EXERCICE2

1)a) on a :p(-1)=0 donc (-1) est une racine de p(x)=0

b) $p(x)=(x+1)(ax^2+bx+c)$

$=ax^3+((a+b)x^2+(b+c)x+c$

Par identification on a: $\begin{cases} a = 2 \\ a + b = 13 \; donc \; b = 11 \\ c = 14 \end{cases}$

Donc p(x)=(x+1)2(x+7/2)(x+2)

c)Q(x)=0 on Remarque que a-b+c=0 donc x=-1 ou x=-2

2)a) $u_n = \frac{(n+1)(n+2)(2n+7)}{(n+1)(n+2)} = 2n + 7$

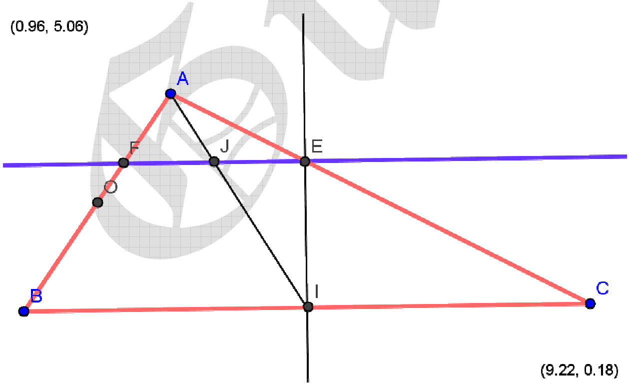
b) $u_{n+1} - u_n = 2(n+1) + 7 - (2n+7) = 2$

donc $(U)_n$ est une suite arithmetique de raison 2

3)a) $S=(n+1)\frac{(u_0+u_n)}{2} = \frac{(2n+7+7)(n+1)}{2} = (n+7)(n+1) = n^2 + 8n + 7$

b)S=475 eq $n^2+8n-468=0$ donc n=18 ou n=-26(à rejecter)

EXERCICE3



1)a) $k = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}}$

L'mage d'une droite par une homothetie est une droite de meme direction

Donc puisque h(A)=A alors h(AB)=(AB) et h(AC)=(EF) puisque h(C)=E et que (BC)$\perp$(IE) et (EF)$\perp$(IE) donc (BC)//(EF)

b){B}=$(AC) \cap (AB)\ donc\ h(B) \in h(AB) \cap h(AC) = \{F\} donc\ h(B) = F$

2)a)$\{I\} = (AI) \cap (BC)\ \ donc\ h(I) \in h(AI) \cap h(BC) = \{J\} donc\ h(I) = J$

b) puisque I milieu de [BC] et que h conserve les milieux h(B)=F et h(C)=E et h(I)=J

donc J milieu de [EF]

3)h'(C)=I et h'(B)=B donc le rapport k'=$\frac{\overline{BI}}{\overline{BC}} = \frac{1}{2}$

b)on a : $\overrightarrow{BO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}\ \ donc\ h'(A) = O$

Guesmi.B