Devoir de contrôle N°3

1er exercice

Soient les polynômes suivants :

$P(x) = 5x^3 - 6x^2 - 9x + 2$ et $Q(x) = 4x^4 - 5x^3 - 10x^2 + 5x + 6$

1) a) Vérifier que (-1) est une racine de Q.

b) Factoriser Q

2) a) Montrer que : $P(x) = (x+1)R_1(x)$, où R_1 est un polynôme à déterminer.

b) Factoriser P et donner son signe

c) Résoudre l'inéquation $P(x) \geq 0$

3) On pose : $F(x) = P(x) + Q(x)$

a) Factoriser F

b) Résoudre l'inéquation $P(x) > -Q(x)$.

2eme exercice :

Soit ABC un triangle,

1. Placer sur la figure les : $I = bar\left\|\begin{array}{c|c} A & C \\ \hline 2 & 1 \end{array}\right\|$; $J = bar\left\|\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline 1 & 2 \end{array}\right\|$;

$K = bar\left\|\begin{array}{c|c} C & B \\ \hline 1 & -4 \end{array}\right\|$

2. Montrer que $B = bar\left\|\begin{array}{c|c} K & C \\ \hline 3 & 1 \end{array}\right\|$

3. Quel est le barycentre de $\{(A;2);(K;3);(C;1)\}$ *?*

En déduire la position de J par rapport à I et K

4. Déterminer la nature et tracer sur la figure l'ensemble(E_1) *des points M tel que :*

(E_1): $\left\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\right\| = 3cm$.

Correction(proposee par Guesmi.B)

EXERCICE1

1)a) Q(-1)=0 donc -1 est une racine de Q(x)=0

b) $Q(x)=(x+1)(ax^3+bx^2+cx+d)=ax^4+(a+b)x^3+(b+c)x^2+(c+d)x+d$

par identification aux coefficients de Q(x) on a : $\begin{cases} a = 4 \ \ et\ b + c = -10 \\ a + b = -6 \\ d = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -9\ et\ c = -1 \\ d = 6 \end{cases}$

donc $Q(x)=(x+1)(4x^3-9x^2-x+6)$

2)a) on a : $P(-1)=0$ *donc* $P(x)=(x+1)(ax^2+bx+c)=ax^3+(a+b)x^2+(b+c)x+c$

Comme precedement on obtient

a=5 ;b=-11 et c=2

Donc $P(x)=(x+1)(5x^2-11x+2)$

b)pou$R(x)= 5x^2-11x+2$ *on a* $\Delta=121-40=81$

donc R(x)=0 pour x=1/5 ou x=2

d'où P(x)=5(x-1/5)(x-2)(x+1)=(5x-1)(x-2)(x+1)

c)P(x)≥ 0 *tableau de signe*

x	$-\infty$	-1		1/5		2	$+\infty$
x+1	-	0	+		+		+
$5x^2-11x+2$	+		+	0	-	0	+
P(x)	-	0	+	0	-	0	+

c) P(x)$\geq 0 \Leftrightarrow S_{IR} = \left[-\frac{1}{5}\right] \cup [2,+\infty[$

3)a) $F(x)=P(x)+Q(x)=4(x^4-4x+2)$

On pose $y=x^2$ on aura $F(x)=H(y)=4(y^2-4y+2)$

On calcule $\Delta= 8\ donc\ y = 2 - \sqrt{2}\ ou\ y = 2 + \sqrt{2}\ \ donc$

$$x = \sqrt{2-\sqrt{2}}\ \ ou\ x = -\sqrt{2-\sqrt{2}}\ ou\ x = \sqrt{2+\sqrt{2}}\ ou\ x = -\sqrt{2+\sqrt{2}}$$

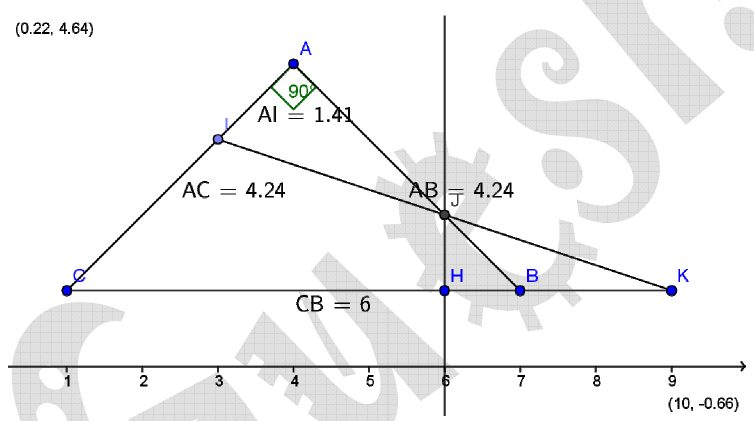
b)P(x)> $-Q(x) \Leftrightarrow P(x)+Q(x)>0$

x	$-\infty$	$-\sqrt{2+\sqrt{2}}$		$-\sqrt{2-\sqrt{2}}$		$\sqrt{2-\sqrt{2}}$		$\sqrt{2+\sqrt{2}}$	$+\infty$
x+$\sqrt{2+\sqrt{2}}$	-	0	+		+		+		+
x+$\sqrt{2-\sqrt{2}}$	-		-	0	+		+		+
x-$\sqrt{2-\sqrt{2}}$	-		-		-	0	+		+
x-$\sqrt{2+\sqrt{2}}$	-		-		-		-		+
P(x)+Q(x)	+	0	-	0	+	0	-	0	+

$$S_{IR} =]-\sqrt{2-\sqrt{2}},\sqrt{2-\sqrt{2}}[\cup]\sqrt{2+\sqrt{2}},+\infty[$$

EXERCICE2

1)



I barycentre de (A,2) et (C,1) donc pour tout point M du plan $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MI}$ *si* $M = A$ *alors* $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AI}$ et$2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ (1)

De meme J barycentre de (A,1) et (B,2)

Donc $\overrightarrow{BA} = 3\overrightarrow{BJ}$ (2)

K barycentre de (C,1) et (B,-4)

Donc $\overrightarrow{BC} = -3\overrightarrow{BK}$ (3)

2)$3\overrightarrow{BK}+\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BK}-3\overrightarrow{BK} = \vec{0}$ $(vu\ la\ relation\ (3))$

3) barycentre{(A,2) ;(C,1) ;(K,3)}=bary{(I,3) ;(K,3)}

=milieu de [IK] car les memes coefficients=J

$\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\| = \|2(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA})+\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\| = \|3\overrightarrow{MI}\| = 3MI = 3$

Donc MI=1

Alors M decrit le cercle de centre I et de rayon 1

D'où $(E_1) = \Omega(I,1)$