

Série d'exercices de mathématiques

Exercice 1 : (4 points) Cocher les bonnes réponses

- 1) $u_n = 2n + 1$:
 a) Un est une suite arithmétique b) Un est une suite géométrique c) Un : ni arithmétique ni géométrique
- 2) Soit $f(x) = x^3 - 4x^2 + |x| - 1$, $x \in \mathbb{R}$. f est une fonction
 a) polynôme b) rationnelle c) ni polynôme ni rationnelle
- 3) Soit $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x + 12$, une racine de f est :
 a) 2 b) -2 c) 1
- 4) Soit $f(x) = \frac{2x+3}{2x^2+8}$, f a pour domaine de définition :
 a) $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$ b) $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ c) \mathbb{R}

Exercice 2 : (8 points)

Soit les fonctions f et g définies par $f(x) = x^3 - 13x + 12$ et $g(x) = x^2 - 5x + 4$

- 1) Déterminer les domaines de définitions de f et g
- 2) Montrer que 1 est une racine de f puis factoriser f
- 3) Résoudre $g(x) = 0$
- 4) Soit $h(x) = f(x) - g(x)$ et $k(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$
 - a) Déterminer le domaine de définition de h et montrer que $h(x) = (x-1)(x^2-8)$
 - b) Déterminer le domaine de définition de k puis simplifier $k(x)$
 - c) Résoudre $f(x) < g(x)$
 - d) Résoudre $k(x) \geq 0$

Exercice 3 : (8 points)

Soit ABCD un parallélogramme et E le point tel que ACED soit un parallélogramme

- 1) Déterminer les images de A, D et (AB) par la translation de vecteur \vec{AC}
- 2) Construire les points B' et E' images respectives de B et E par la translation de vecteur \vec{AC}
- 3) Soit I le milieu de [AC], la droite (EI) coupe (DC) en M, soit M' l'image de M par la translation de vecteur \vec{AC}
 Montrer que M' est le centre de gravité de B'EE'

CORRECTION (Proposee par Guesmi.B)

EXERCICE1

- 1)a 2)a 3)a 4)c

EXERCICE2

1) f et g sont deux fonctions polynomes donc elles sont finies sur IR

2) $f(1) = 1 - 13 + 12 = 0$ donc 1 est une solution de $f(x) = 0$

Donc $f(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$ en developpant et par identification on aura $a=1$; $b=1$ et $c=-12$

Donc $f(x) = (x-1)(x^2 + x - 12)$

3) $a+b+c=0$ donc $x=1$ ou $x=c/a=4$

Donc $S_{\mathbb{R}} = \{1, 4\}$

4)a) $h(x)$ est une fonction polynome donc elle est definie sur IR

$H(x) = (x-1)(x^2 + x - 12) - (x-1)(x-4) = (x-1)(x^2 - 8)$

$$b) k(x) = \frac{(x-1)(x^2 + x - 12)}{(x-1)(x-4)} = \frac{x^2 + x - 12}{x-4}$$

c) $f(x) < g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) < 0 \Leftrightarrow h(x) < 0$

x	$-\infty$	$-2\sqrt{2}$	1	$2\sqrt{2}$	$+\infty$
x-1	-	-	0	+	+
x^2-8	+	0	-	0	+
h(x)	-	0	+	0	+

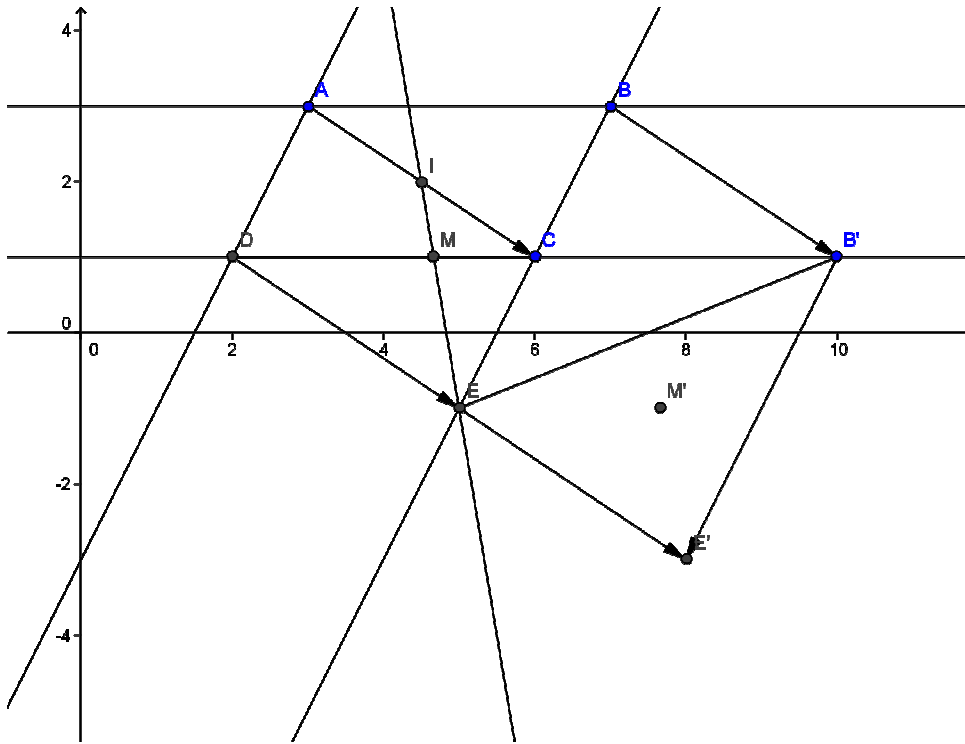
$$\Leftrightarrow S_{\mathbb{R}} =]-\infty, -2\sqrt{2}[\cup]1, 2\sqrt{2}[$$

d) $k(x) > 0 \Leftrightarrow$

x	$-\infty$	-4	1	3	4	$+\infty$
x-4	-	-	-	-	0	+
x^2+x-12	+	0	-	0	+	+
k(x)	-	0	+	0	-	+

$S_{\mathbb{R}} =]-4, 1[\cup]1, 3[\cup]4, +\infty[$

EXERCICE3



1) ACED parallélogramme sig $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DE}$ donc $t_{\overrightarrow{AC}}(D) = E$ et $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC}$

$$\Leftrightarrow t_{\overrightarrow{AC}}(A) = C$$

L'image d'une droite par une translation est une droite de même direction

Donc l'image de (AB) est la droite passant par $t_{\overrightarrow{AC}}(A) = C$ et parallèle à (AB) qui n'est que (CD)

$$\text{Donc } t_{\overrightarrow{AC}}(AB) = (CD)$$

3) on a $t_{\overrightarrow{AC}}(E) = E'$; $t_{\overrightarrow{AC}}(B) = B'$ et $t_{\overrightarrow{AC}}(D) = E$

I le milieu de [AC] donc I est le milieu de [BD] car ABCD est un parallélogramme

C est le milieu de [EB] car $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{CB}$

$(EI) \cap (CD) = \{M\}$ donc M est le centre de gravité du triangle EBD

Son image est le centre de gravité du triangle image

Donc M' est le centre de gravité du triangle EE'B'