

Lycee El Hedi Ben Hsin Jendouba
devoir de controle N°3,

Exercice 1 :

1. Développer $A = (2 - \sqrt{2})^3$.
2. Factoriser $B = (x + 2)^3 - (20 - 14\sqrt{2})$.

Exercice 2 :

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

a) $\frac{1}{3}x + 2 = 0$; b) $\frac{x-1}{3} - \frac{4x-3}{6} = \frac{1-x}{2}$; c) $x^3 - x^2 - 9(x-1) = 0$

Exercice 3 :

Soit ABCD un parallélogramme de centre O.

1. Construire les points E et F tels que $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{OD}$ et $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{OC}$.
2. Montrer que C est le milieu de [EF].

Exercice 4 :

Soit x un angle aigu.

1. Montrer que $\frac{1}{1 + \tan^2 x} + \sin^2 x = 1$.
2. On donne $\tan x = \frac{3}{4}$, calculer $\sin x$ et $\cos x$.

Corrigé

Exercice 1 :

1. Rappelons que, pour tout réels a et b , on a : $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

$$A = (2 - \sqrt{2})^3 = 2^3 - 3 \times 2^2 \times \sqrt{2} + 3 \times 2 \times (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{2})^3 = 8 - 12\sqrt{2} + 12 - 2\sqrt{2} = 8 - 14\sqrt{2}.$$

2. Rappelons que, pour tout réels a et b , on a : $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$.

$$B = (x+2)^3 - (20 - 14\sqrt{2}) = (x+2)^3 - (2 - \sqrt{2})^3$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } B &= (x + \sqrt{2}) \left[(x+2)^2 + (x+2)(2-\sqrt{2}) + (2-\sqrt{2})^2 \right] \\ &= (x + \sqrt{2}) \left[(x^2 + 4x + 4) + (2-\sqrt{2})x + 4 - 2\sqrt{2} + (6 - 4\sqrt{2}) \right] \\ &= (x + \sqrt{2}) \left[x^2 + (6 - \sqrt{2})x + 14 - 6\sqrt{2} \right] \end{aligned}$$

Exercice 2 :

a) $\frac{1}{3}x + 2 = 0$ équivaut à $\frac{1}{3}x = -2$ d'où $x = -6$ donc $S = \{-6\}$.

b) $\frac{x-1}{3} - \frac{4x-3}{6} = \frac{1-x}{2}$ équivaut à $6 \times \left(\frac{x-1}{3} - \frac{4x-3}{6} \right) = 6 \times \left(\frac{1-x}{2} \right)$
équivaut à $2(x-1) - (4x-3) = 3(1-x)$
équivaut à $-2x + 1 = 3 - 3x$
équivaut à $x = 2$

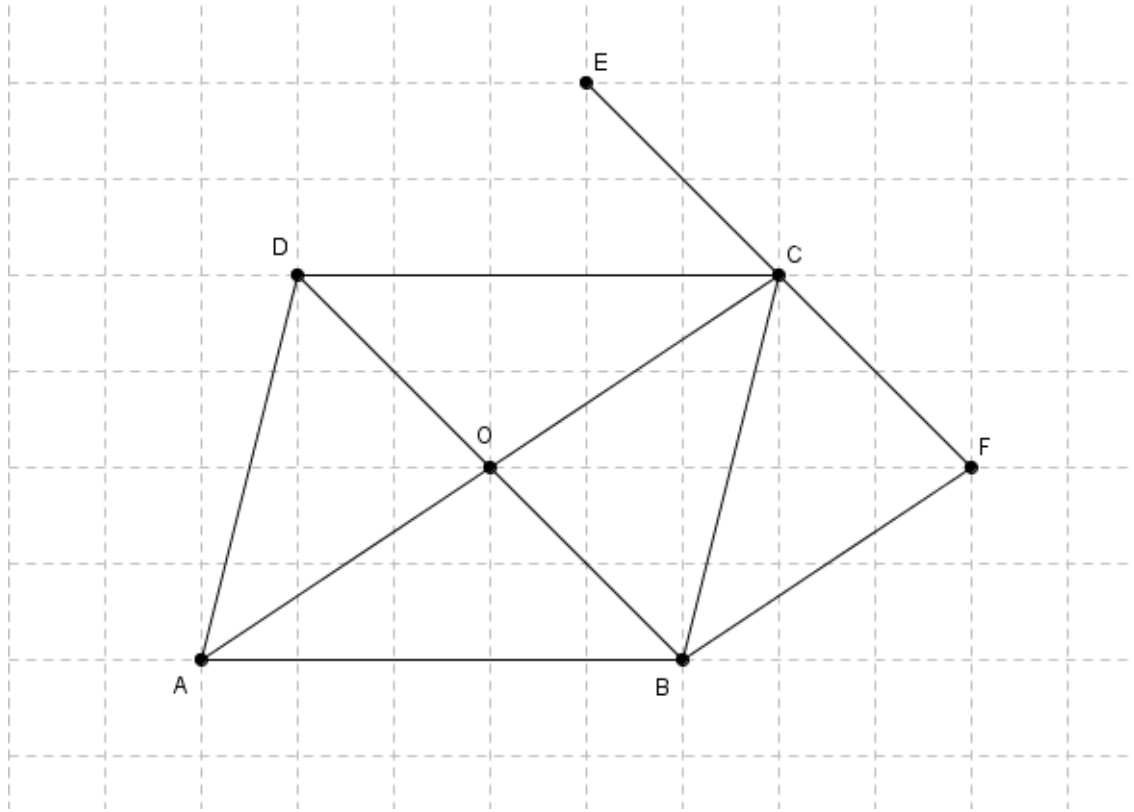
Donc $S = \{2\}$.

c) $x^3 - x^2 - 9(x-1) = 0$ équivaut à $x^2(x-1) - 9(x-1) = 0$
équivaut à $(x-1)(x^2 - 9) = 0$
équivaut à $x - 1 = 0$ ou $x^2 - 9 = 0$
équivaut à $x = 1$ ou $x = -3$ ou $x = 3$.

Donc $S = \{-3, 1, 3\}$.

Exercice 3

1.



2. On a : $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{OD}$ et O milieu de [BD] donc $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BO}$.

D'autre part : $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{OC}$ donc BFCO est un parallélogramme d'où $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{BO}$.

Ainsi, on obtient : $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{CE}$ d'où C est le milieu de [EF].

Exercice 4

1. Rappelons que $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$, d'où $1 + \tan^2 x = 1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$.

Il en résulte : $\frac{1}{1 + \tan^2 x} + \sin^2 x = \cos^2 x + \sin^2 x = 1$.

2. Si $\tan x = \frac{3}{4}$ alors $\frac{1}{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} + \sin^2 x = 1$ d'où $\frac{16}{25} + \sin^2 x = 1$ ou encore $\sin^2 x = \frac{9}{25}$.

Par conséquent : $\sin x = \frac{3}{5}$ et $\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$.