DEVOIR DE CONTROLE N° 3

Guesmi.B

EXERCICE : 1

On donne les polynômes :

$$P(x) = x^2 - 5x + 6$$

$$Q(x) = 2x^3 + x^2 - 25x + 12$$

2/ Calculer $Q(3)$ .En déduire une factorisation de $Q(x)$

3/ Soit la fonction rationnelle f définie par : $f(x) = \dfrac{Q(x)}{P(x)}$

a/ Déterminer le domaine de définition D de f puis simplifier l'expression de f(x).

b/ Déterminer trois réels a , b et c tels que : Pour tout x de D ; $f(x) = a\,x + b + \dfrac{c}{x-2}$

c/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $f(x) > 2x + 11$

EXERCICE : 2

Soit ABC un triangle, on désigne par G son centre de gravité et par I , J et K les milieux respectifs des segments [BC] , [CA] et [AB].

Soit h l'homothétie de centre G et de rapport (-2) .

1/ a/ Définir et construire les points $D = h(B)$ et $E = h(A)$.

b/ Déterminer le point $h(K)$. En déduire que C est le milieu du segment [ED].

2/ Soit $\mathcal{C}$ le cercle circonscrit au triangle ABG

a/ Déterminer et construire $\mathcal{C}' = h < \mathcal{C} >$

b/ Montrer que $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ sont tangents en G.

3/ Soit M un point de $\mathcal{C}$ distinct de A et G , la droite (GM) recoupe $\mathcal{C}'$ en M' .

a/ Montrer que $h(M) = M'$

b/ Comparer les aires des triangles AIM et EAM' .

c/ Soit N le milieu de $[MM']$. Déterminer l'ensemble des points N lorsque M décrit $\mathcal{C}$ privé de A et G.

CORRECTION (proposee par Guesmi.B)

EXERCICE1

1)$Q(3)=2.3^3+3^2-25.3+12=0$

$Q(3)=0$ donc $Q(x)=Q(x)-Q(3)=2.x^3+x^2-25x+12-(2.3^3+3^2-25.3+12)$

$=2(x^3-3^3)+(x^2-2^2)-25(x-3)$

$=2(x-3)(x^2+3x+3^2)+(x-3)(x+3)-25(x-3)$

$=(x-3)(2x^2+7x-4)$

$=(x-3)(x+4)(2x-1)$

2)a)$P(x)=(x-2)(x-3)$ donc $D_f=IR-\{2,3\}$

Et $f(x)=\frac{(2x-1)(x+4)}{x-2}$

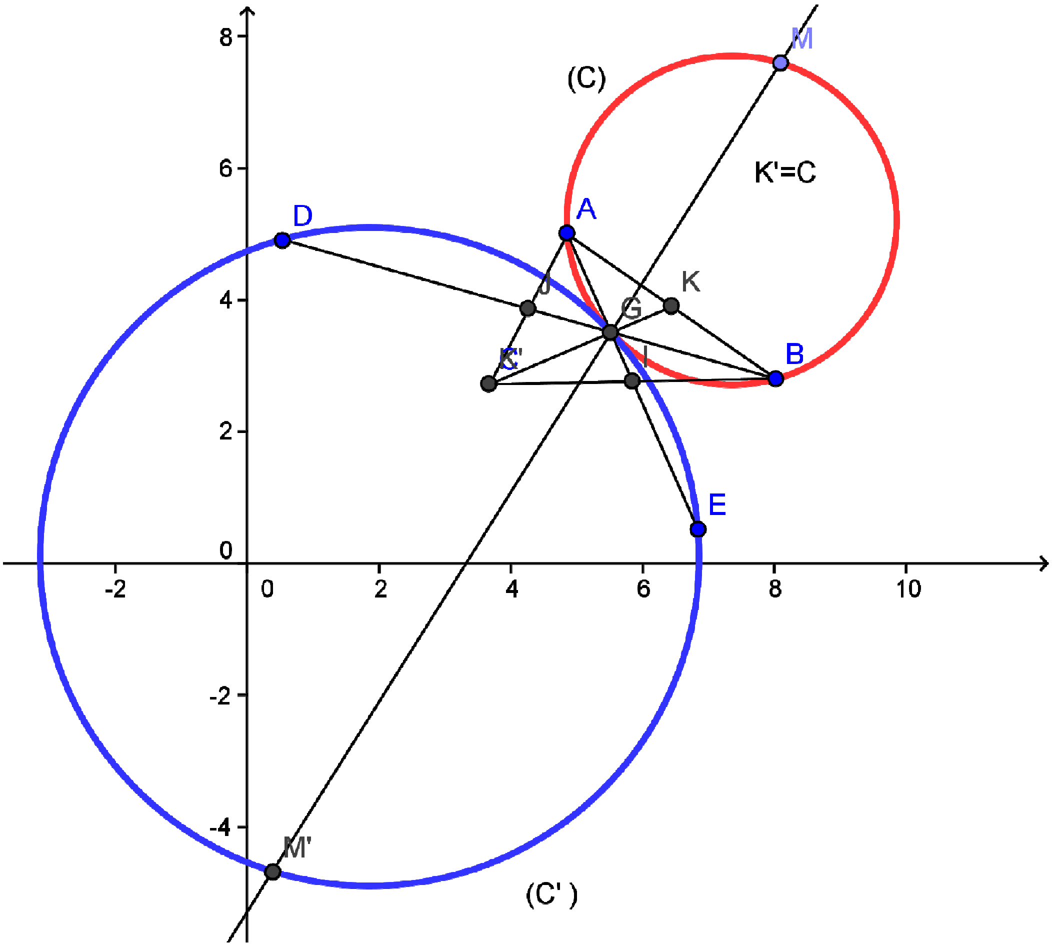
b)$f(x)=\frac{(2x-4+3)(x+4)}{x-2}=\frac{(2x-4)(x+4)}{x-2}+\frac{3(x+4)}{x-2}=2(x+4)+\frac{3(x-2+6)}{x-2}=2x+8+\frac{3(x-2)}{x-2}+\frac{18}{x-2}$

$=2x+11+\frac{18}{x-2}$

c)$f(x)>2x+11\Leftrightarrow\frac{18}{x-2}>0\Leftrightarrow x>2\ donc\ S_{IR}=]2,+\infty[$

EXERCICE2

1)voir construction



b)on a $\overrightarrow{GC} = -2\overrightarrow{GK} \Leftrightarrow h(K) = C$

on a : h(A)=E ; h(B)=D et h(K)=C or K milieu de [AB] et que h

conserve les milieux donc C est le milieu de [ED]

2)a)construction

b)puisque G$\in$ (C)*et que* $h(G) = G$ *donc* $h(G) \in h(C) \Leftrightarrow G \in (C')$

donc (C) et (C') sont tangents en G

3) a) on a h(MG)=(MG) carle centre G est un point de la droite

Or G$\in$(C)$\cap$(GM) donc h(G)$\in$h(C)$\cap$h(GM)$\Leftrightarrow$G' $\in$(C')$\cap$(GM)={M'} donc h(M)=M'

b) on a $h(A)=E$; $h(I)=A$ et $h(M)=M'$ or toute homothetie multiplie

les aires par k^2 donc $aire(AIM)=(-2)^2 aire(EAM')$