devoir de controle N°3

Exercice n° 1 : (6 points)

On considère l'entier naturel N = $55y94x$ où x désigne le chiffre des unités et y le chiffre des milliers, r est le reste de la division euclidienne de N par 11.

1. On donne $x = 1$ et $y = 8$:
   - **a.** Calculez r.
   - **b.** Déduisez-en le reste de la division euclidienne de N^2 par 11.
2. On donne $x = 9$, déterminez y pour que N soit divisible par 11, justifiez.
3. On donne $y = 7$ et $r = 10$. Calculez x.

Exercice n° 2 : (5 points)

Soit n un entier naturel non nul, on donne l'expression $A = 3n^2 + 7n - 6$.

1. Trouvez les entiers a et b pour lesquels $A = (n + 3)(an + b)$.
2. Déterminez les valeurs de n pour lesquelles $\frac{3n^2+7n}{n+3}$ est un entier naturel.

Exercice n° 3 : (9 points)

Soient ξ et ξ' deux cercles de centres respectifs O et O', tangents extérieurement en A et de rayons respectifs $r = 2$ et $r' = 3$. On considère h l'homothétie de centre A qui transforme O en O'.

1.
   - **a.** Déterminez le rapport k de h.
   - **b.** Montrez que ξ' est l'image de ξ par h.
2. La perpendiculaire à (OA) en O coupe ξ en B et C.
   - **a.** Construisez le point I image de C par h.
   - **b.** La droite (AB) recoupe ξ' en J. Déterminez l'image de B par h.
   - **c.** Déduisez-en que les droites (IJ) et (AO) sont perpendiculaires.
3. La droite (OA) recoupe ξ en E. On pose $h(E) = K$.
   - **a.** Vérifiez que $K \in \xi'$.
   - **b.** Précisez la nature du triangle EBC. Déduisez-en celle du triangle KIJ. Justifiez.
4. Soit Δ la tangente à ξ en A, la droite (EB) coupe Δ en F. Montrez que F' est le barycentre des points pondérés (K, -1) et (J, 2) où F' est l'image de F par h.
5. Soit M un point de Δ vérifiant : MF + MA = AF. Déterminez et représentez en couleur le lieu du point M' l'image de M par h.

Correction(proposee par Guesmi.B)

EXERCICE1

1)a) 558941=11X50812+9 donc r=9

b)$N^2=11k+9^2=11k+11X7+4=11p+4$,p est un entier naturel donc r=4

2)soit a=5+y+4=y+9   et b=5+9+9=23

b-a=14-y

pour que N soit divisible par 11 il suffit que

14-y=0 donc y=14 (faux car y chiffre)

Ou 14-y=11 donc y=3 (oui)

Ou 14-y=22 donc y=-8 (faux)

Y=3

3)soit a=5+7+4=16

b=5+9+x=14+x

donc 2-x=1 alors x=1

EXERCICE2

1)$A=an^2+(b+3a)n+3b=3n^2+7n-6$ alors $\begin{cases} a = 3 \\ b + 3a = 7 \\ 3b = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases}$

2)$\frac{n^2+7n}{n+3} = \frac{(n+3)(3n-2)-7}{n+3} = 3n - 2 - \frac{7}{n+3}$

Donc pour que cette expression soit un entire il suffit que

n+3 soit un diviseur de 7

donc n+3=1 (impossible)

ou n+3=7 donc n=4

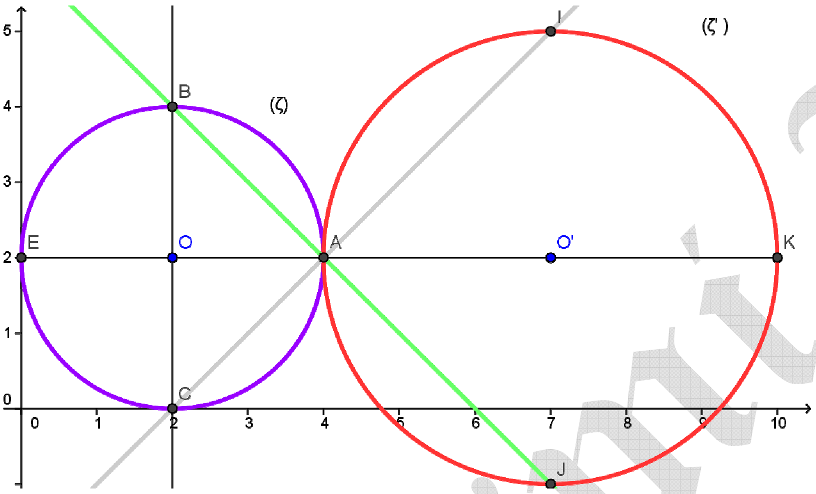
EXERCICE3

1)a)$\frac{\overline{AO'}}{\overline{AO}} = \frac{-3}{2}$ $\left(car\ \overrightarrow{AO}\ et\ \overrightarrow{AO'}\ sont\ de\ sens\ opposes\right)$

Donc k=-3/2

h(A)=A donc h(ζ)=(ζ')

2)a



b)h(B)=J

c)h(OA)=(OA) et h(BC)=(IJ) or (OA)⊥(BC) donc (OA)⊥(IJ)

puisque toute homothetie conserve l'orthogonalite

3) (OA)∩ (ζ)={A,E} donc (OA)∩(ζ')={A ;K} or h(A)=A donc h(E)=K∈(ζ')