Lycee El Hedi Ben Hsin Jendouba
Devoir de controle N°3

EXERCICE I

A et B étant fixés, à tout point M du plan, on associe M' tel que

$\overrightarrow{MM'} = 3\,\overrightarrow{MA} + 3\,\overrightarrow{MB}$ (égalité vectorielle).

Montrer que M' est l'image de M par une homothétie dont on précisera le centre et le rapport.

EXERCICE II

On donne deux cercles C et C' de centres respectifs O et O' et de

rayons respectifs 3 et 4. C et C' sont tangeants exterieurement en A

1) montrer que $h_{(A\,.-\frac{4}{3})}$(C)=C'

2) D une droite passant par A coupe C en M et C' en M'

Montrez que $h_{(A\,.-\frac{4}{3})}$((M)=M'

3) soient I le milieu de $[AM]$ et J le milieu de $[AM']$

montrer que $h_{(A\,.-\frac{4}{3})}$ (I)=J

4) La droite (AO) recoupe en B. La droite (AO') recoupe C' en D.

a- montrer que $h_{(A\,.-\frac{4}{3})}$ ((BI))=(JD)

b- Les droites (BI) et (OM) se coupent en G. Les droites (ID) et (O'M') se coupent en G'

montrer que A, G et G' sont alignés.

5)- Que represente G pour le triangle ABM

Sur quelle ligne fixe se deplace le point G lorsque M varie sur C.

EXERCICE III

soi n un entier naturel.

on désigne par q et r le quotient et le reste de la division euclidienne de n par 10

1) montrer que si q+5r est divisible par 7 alors n est divisible par 7
2) en deduire que 6951 esst divisible par 7

EXERCICE IV

Démontrer que pour tout entier naturel n,

le nombre $n(n^2 + 5)$ est divisible par 6.

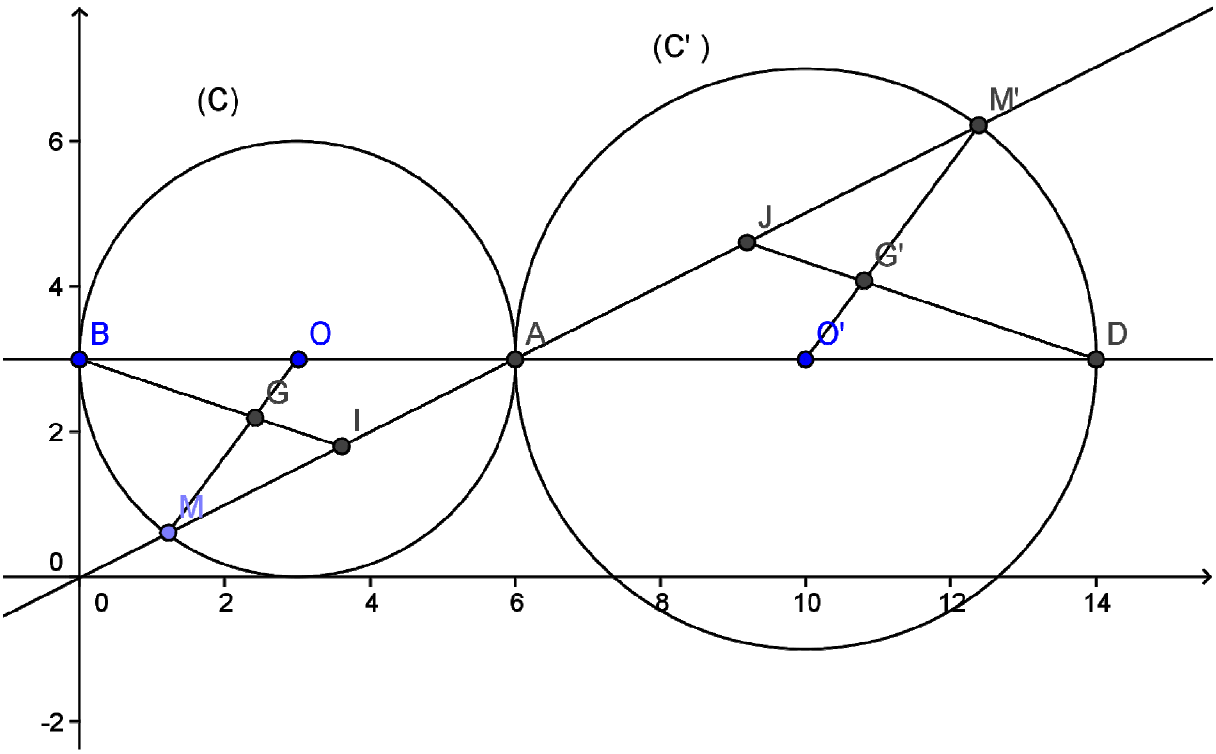
CORRECTION(proposee par Guesmi.B)

EXERCICE1

Soit I le milieu de [AB] $\overrightarrow{MM'} = 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) \Leftrightarrow \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IM'} = 6\overrightarrow{MI} \quad (car\ \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0})$

Donc $\overrightarrow{IM'} = -5\overrightarrow{IM} \quad \Leftrightarrow M' = h_{(I,-5)}(M)$

EXERCICE2



1)$\overrightarrow{AO'} = \frac{-4}{3}\overrightarrow{AO}\ \ donc\ h_{\left(A,\frac{-4}{3}\right)}(O) = O'$ et on sait que l'image d'un cercle de rayon R par une homothetie de rapport k est Un cercle de rayon de centre l'imace du centre et de rayon $|k|R$

Or 3.4/3=4 donc h(C)=(C')

2)(C)$\cap\ (D) = \{M\}\ donc\ h_{\left(A;\frac{-4}{3}\right)}(M) \in h(C) \cap h(D)\ alors\ h(M) \in (C') \cap (D) = \{M'\}$

h=$h_{\left(A,\frac{-4}{3}\right)}$

Donc h(M)=M'

3)I milieu de [AM] toute homothetie conserve le barycentre en particulier le milieu

Donc h(I) est le milieu de [h(A)h(M)]=[AM']quiest J

Par suite h(I)=J

4)a)$\overrightarrow{AD} = \frac{-8}{6}\overrightarrow{AB}\ \ donc\ h(B) = D\ et\ h(I) = J\ donc\ h\big((IB)\big) = (JD)$

b)on a {G}=(IB)∩(OM) donc h(G)∈(JD)∩(O'M')={G'} donc h'G)=G'

donc A,G et G' sont alignes

5) O milieu de [AB] , I milieu de [AM] alors [[BI) et [MO) sont deux mediane de ABM qui se coupent en M donc M est le centre de gravite du triangle ABM

On a $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OM}$ $, O\ est\ fixe\ donc\ h_{\left(O,\frac{1}{3}\right)}(M) = G \quad or\ M \in (C) donc\ G \in h_{\left(O,\frac{1}{3}\right)}(C) = C'(O,\frac{1}{3}OA)$

Donc G decrit le cercle de centre O et de rayon 1/3OA

EXERCICE3

1)on a : n=10q+r avec $0 \leq r \leq 9$

Si q+5r=7k ; k∈ IN alors q=7k-5r

Donc n=10(7k-5r)+r=70k-49r=7(10k-7r) , multiple de 7

Donc n est divisible par 7

2)on a :6951=10X695+1

Q=695 et r=1 donc q+5r=700 divisible par 7

Donc d'apres 1) 6951 esr divisible par 7

EXERCICE4

A=n(n^2+5)

a)si n est divisivle par 6 alors A est divisible par 6

la division Euclidienne de n par 6 est n=6q+r avec $0 \leq r \leq 5$

si r=0 c'est le cas a)

b)si r=1 alors n=6q+1 donc n^2+5=6(6q^2+2q+1) divisible par 6 c)si r=2 alrs n=2(3q+1) divisible par 2 et $n^2+5=3(12q^2+8q+3)$ divisible par 3

mais PGCD(2,3)=1 donc A est divisible par 2X3=6

d) si r=3 , donc n=3(2q+1) divisible par 3 et $n^2+5=2(18q^2+18q+7)$ divisible par 2 doc A est divisible par6

e)si r=4 alors n=2(3q+2) divisible par 2 et $n^2+5=3(12q^2+16q+7)$ divisible par 3 donc A est divisible par6

f)si r=5 alors $n^2+5=6(6q^2+10q+5)$ donc A est divisible par 6