Lycee El Hedi Ben Hsin Jendouba

Devoir de controle N°2   3ème T2

EXERCICE 1

Pour chacune des quatre questions de ce QCM, une seule des quatre propositions est exacte.

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 0.75 point. Une réponse inexacte enlève 0.25 point.

L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.

Si le total est négatif, la note de l'exercice est ramenée à 0.

On pose $z = 1 + \cos(2\theta) + i\sin(2\theta)$, où θ est un réel de l'intervalle $]\frac{\pi}{2};\pi[$.

1) La partie réelle de z est :

(a) : $\cos(2\theta)$ (b) : $\cos^2(\theta)$ (c) : $2\cos^2(\theta)$ (d) : $2\sin(\theta)\cos(\theta)$

2) La partie imaginaire de z est :

(a) : $i\sin(2\theta)$ (b) : $\sin^2(\theta)$ (c) : $2\sin(\theta)$ (d) : $2\sin(\theta)\cos(\theta)$

3) Le module de z est :

(a) : $2\cos(\theta)$ (b) : $-2\cos(\theta)$ (c) : $\cos(\theta)$ (d) : $|\cos(\theta)|$

4) Un argument de z est :

(a) : $\pi - \theta$ (b) : $\pi + \theta$ (c) : 2θ (d) : θ

EXERCICE 2

Le plan complexe P est rapporté à un repère.

On considère les points A, B et C de P d'affixes respectives $-4 - i$, $2 - 3i$ et $-2 + 5i$.

1) a. Comparer les distances AB et AC.

b. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux.

c. En déduire la nature du triangle ABC.

2) Donner l'affixe du point I milieu de segment [BC].

3) Soit ($\mathscr{C}$) l'ensemble des points M d'affixe z tel que : $|\bar{z} + i| = 2\sqrt{5}$.

a. Préciser la nature et les élément caractéristiques de ($\mathscr{C}$).

b. Vérifier que A est un point de ($\mathscr{C}$), puis construire cet ensemble.

EXERCICE 3

On considère la fonction f définie sur IR par :

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x & \text{si} \quad x < 0 \\ \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}} & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal.

1) a. Calculer les limites aux bornes de l'ensemble de définition de f.

   b. Interpréter les résultats obtenus.

2) Montrer que f est continue sur IR.

3) a. Calculer f'(x) sur l'intervalle $]-\infty ; 0[$.

   b. Etudier la dérivabilité de f en 0.

   c. Montrer que pour tout réel x de cet intervalle, on a : $f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}^{\,3}}$.

4) a. Dresser le tableau de variation de f.

   b. Tracer la courbe (C).

Guesmi.B

CORRECTION(proposee par Guesmi.B)

EXERCICE1

1)C 2)d 3)b 4)b

EXERCICE2

1)a) $AB = |z_B - z_A| = |6-2i| = \sqrt{6^2+(-2)^2} = 2\sqrt{10}$

De meme on trouve AC=AB

b)$\overrightarrow{AB}\binom{6}{-2}$ et $\overrightarrow{AC}\binom{2}{6}$ $donc\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 6X2 - 6X2 = 0\ donc\ \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$

donc le triangle ABC est rectangle isocele enA

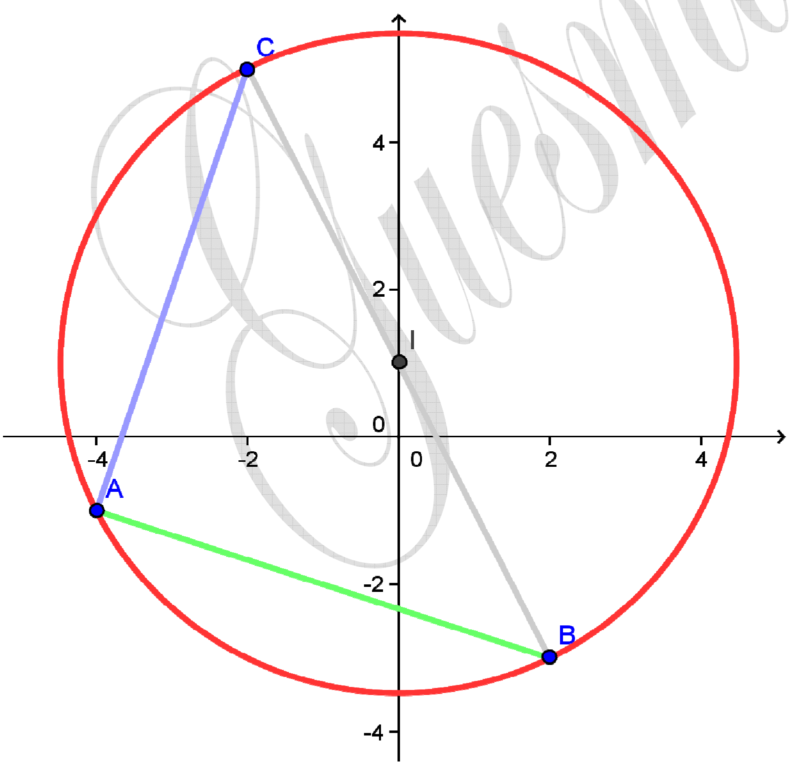
2) $z_I = \frac{z_B+z_C}{2} = i$

3)a)$|\bar{z}+i| = |\overline{z-i}| = |z-i| = IM = 2\sqrt{5}$

Donc M decrit le cercle de centre I et de rayon $2\sqrt{5}$

b) on a : AI=$\sqrt{4^2+2^2} = 2\sqrt{5}\ donc\ A \in (C)$

donc (C) est le cercle de centre I et passnt par A



EXERCICE3

1)a $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = 1$; $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

b)la droite d'equation y=1 est une asymptote à la courbe (C) en +∞

3)le probleme se pose seulement en 0

Puisque $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^-} f(x) = f(0) = 0$ donc fest continue en 0 et sur [0,+∞[

Puis sur]-∞ ;0[donc f est continue sur IR

3)a)$f'(x) = 3x^2 - 2$,$\forall x \in]-\infty;0[$ $(fonction\ polynome)$

b)$\lim_{h\to 0, h<0} \frac{f(0+h)-f(0)}{h} = -3$ $donc\ f\ est\ derivable$ à gauche en 0

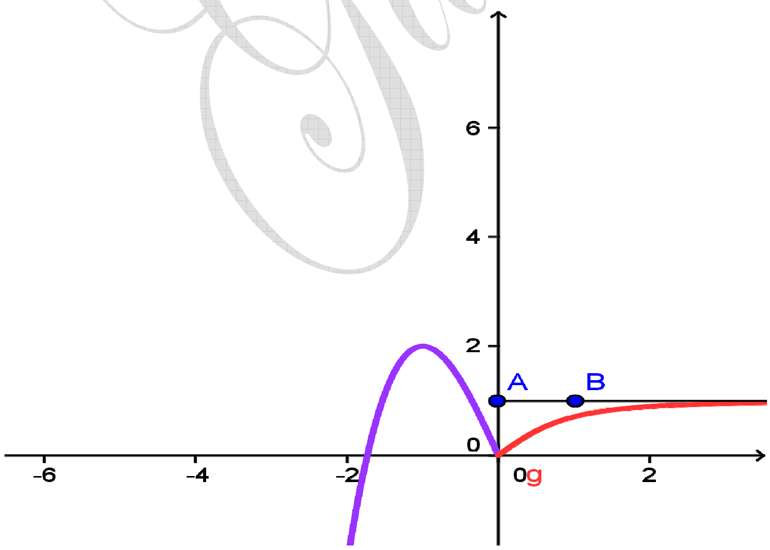
et $f'_g(0)$=-3 et $f'(x) = \frac{1}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}$ (1) ,$\forall x \in [0,+\infty[$ $donc\ f'_d(0) = 1$

donc f n'est pas derivable en 0

c) voir (1)

4)a

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
f'(x)		+	0	-	|	+	
f(x)	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	1



b)