Lycee El Hedi Ben Hsin Jendouba	***Devoir de Contrôle N : 2*** ***Durée : 2 Heures***	***3 Technique***

EXERCICE N : 1

Pour chacune des questions suivantes , une seule des trois réponses proposées est exacte .Sans justification , le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie .
Chaque réponse exacte rapporte ***0.75 point***
Une absence de réponse est comptée ***0 point***

1) *Si f est dérivable à gauche et à droite en x_0 alors f est :*	**a)** *dérivable en x_0* **b)** *discontinue en x_0* **c)** *continue en x_0*	**4)** *Si $f(x) = x\sqrt{x}$ alors :*	**a)** $f'(4) = 3$ **b)** $f'(4) = 4$ **c)** $f'(4) = \frac{1}{4}$
2) *Si la tangente (T) à (C f) au point M (1 , 2) passe par le point E (2 , 3) alors l'équation de (T) est :*	**a)** $y = x + 3$ **b)** $y = x + 1$ **c)** $y = 2x - 1$	**5)** $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\cos(x)}{\sin^2(2x)} =$	**a)** $\frac{1}{8}$ **b)** $\frac{1}{2}$ **c)** 0
3) *Si $f(-1) = 0$ et $f'(-1) = 4$ alors* $\lim\limits_{x \to -1} \frac{3f(x)}{2x+2} =$	**a)** 6 **b)** $+\infty$ **c)** $\frac{3}{2}$	**6)** *Soit la fonction g définie par : $g(x) = \frac{1-\cos(x)}{\sin x}$ alors :*	**a)** $g'(x) = tg(x)$ **b)** $g'(x) = \frac{1-\cos(x)}{\sin^2(x)}$ **c)** $g'(x) = -tg(x)$

EXERCICE N : 2

A) *Soit la fonction P définie sur $\mathbb{C}$ par : $P(Z) = Z^2 - (1+i)Z - (2+i) = 0$.*

1) *Vérifier que pour tout $Z \in \mathbb{C}$, $P(Z) = (Z+1)(Z-2-i)$.*

2) *Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $P(Z) = 0$.*

B) *Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.*

On considère les point A , B et C d'affixes respectives : $Z_A = 2 + i$, $Z_B = -1$ et $Z_C = 3 - 2i$.

1) *Placer les points A , B et C .*

2) *Déterminer l'affixe du point J milieu du segment [BC] .*

3) a) *Calculer les distances AB , AC et BC*
b) *Déduire la nature du triangle ABC .*

4) a) *Déterminer l'affixe du point D symétrique du point A par rapport à J .*
b) *Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? justifier la réponse .*

EXERCICE N : 3

A) *Soit la fonction f définie par :* $f(x) = \dfrac{a x^2 - 3x + b}{x - 1}$.

On désigne par **(C f)** *la courbe représentative de f dans le repère orthonormé* $R(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) *Calculer , en fonction de a et b,* $f'(x)$ *pour tout* $x \in D_{f'}$.

2) *Déterminer les réels a et b , pour lesquelles , f admette un extrémum* (-5) *en* (-1) .

un extremum en - 1 .

EXERCICE N : 4

Soit un triangle ABC tel que $AB = 8$; $AC = 6$ *et* $B\hat{A}C = \dfrac{\pi}{3}$ *. O donne J le milieu de [BC] .*

1) *En utilisant la formule d'El Kashi prouver que* $BC = 2\sqrt{13}$.

2) *On donne* $(\Gamma) = \{ M \in P \text{ tels que : } \overrightarrow{MB} . \overrightarrow{MC} = 24 \}$.

a) *Montrer que* $A \in (\Gamma)$.

b) *Montrer que* (Γ) *est le cercle de centre J et de rayon* $\sqrt{37}$.

c) *Construire* (Γ) .

3) *On donne* $\Delta = \{ M \in P \text{ tels que : } 2MA^2 - MB^2 - MC^2 = -26 \}$ *et K le milieu de [A J] .*

a) *Montrer que pour tout point M du plan , on a :* $MB^2 + MC^2 = 2MJ^2 + 26$.

b) *Déduire que pour tout point M du plan , on a :* $2MA^2 - MB^2 - MC^2 = 4\,\overrightarrow{AJ} . \overrightarrow{KM} - 26$.

c) *Déterminer alors la nature de l'ensemble* Δ .

CORRECTION (proposee par Guesmi.B)

EXERCICE1

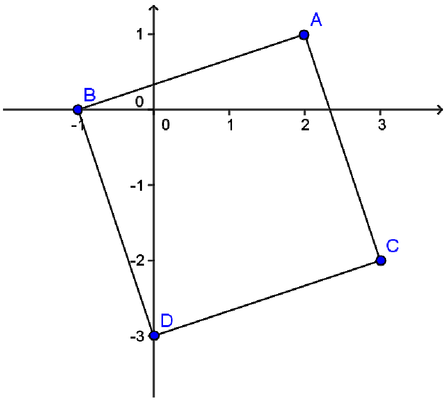
1)b 2)a 3)a 4)a 5)b 6)b

EXERCICE2

A)1) developpement

2)z=-1 ou z=2+i

B)1)



2)$z_J = \frac{z_B+z_C}{2} = 1 - i$

3)a) AB=$|z_B - z_A| = |-3 - i| = \sqrt{10}$

AC=$|z_C - z_A| = |1 - 3i| = \sqrt{10}$

De meme $BC = \sqrt{20}$

b)Or $AB^2+AC^2=BC^2$ donc ABC est un triangle rectangle isocele en A

4)a) $D = S_J(A) \Leftrightarrow J milieu\ de\ [AD]\ donc\ z_J = \frac{z_A+z_D}{2} \Leftrightarrow z_D = 2z_J - z_A = -3i$

b)$z_{\overrightarrow{AB}} = -3 - i = z_{\overrightarrow{CD}}$ donc ABDC est un parallelogramme ayant un angle droit et deux cotes consecutifs egaux donc c'est un carre

EXERCICE3

f est une fonction rationnelle donc elle est derivable sur son domaine de definition

donc f est derivable $\forall x \neq 1 \quad et\ f'(x) = \frac{ax^2-2ax+3-b}{(x-1)^2}$

2)f admet un extremum (-5)en (-1) ⇔f(-1)=-5 donc a+b=7 f admet un extremum en(-1) ⟺f'(-1)=0 donc 2a-b=-5 donc a=2/3 et b=19/3

EXERCICE4

1)Theoreme d'El Kashi $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$;BC=a ;AC=b et AB=c ,ABC triangle

Donc BC=$2\sqrt{13}$

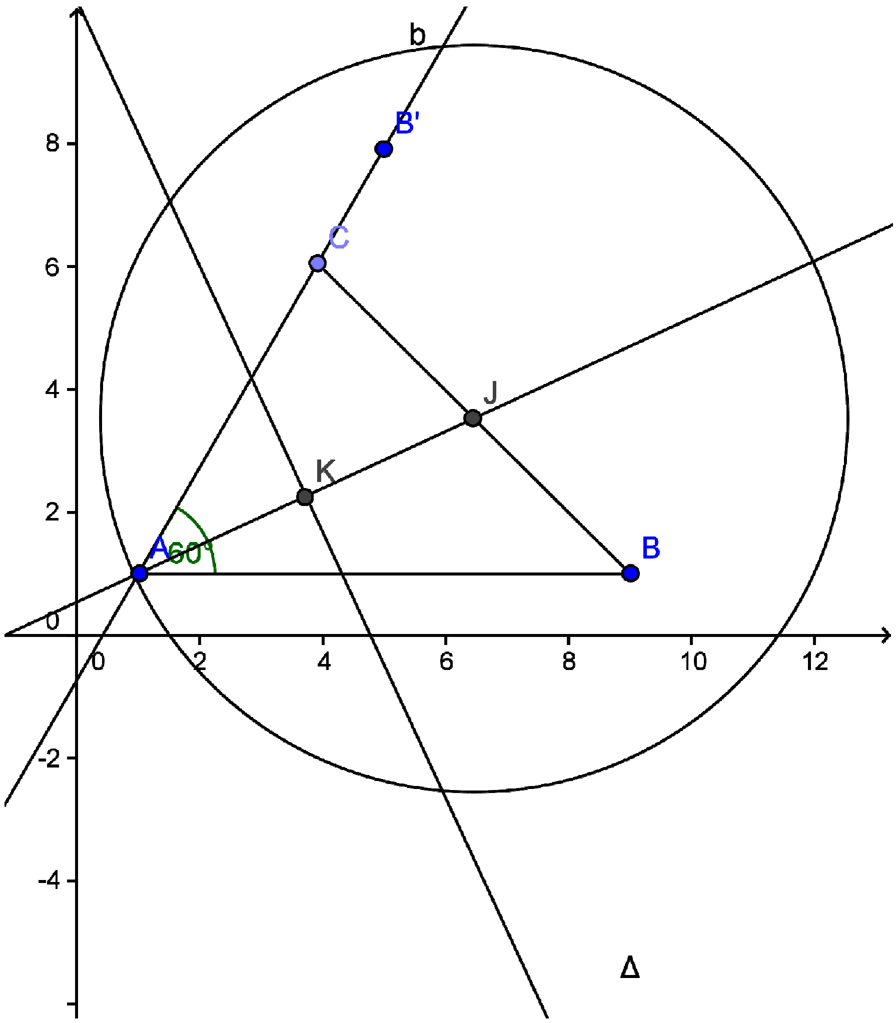
2)$a)\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ = AB.AC cosA=24

Donc A∈ (T)

b)$\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} = (\overrightarrow{MJ}+\overrightarrow{JC}).(\overrightarrow{MJ}+\overrightarrow{JB}) = (\overrightarrow{MJ}-\overrightarrow{JB})(\overrightarrow{MJ}+\overrightarrow{JB}) = MJ^2 - JB^2$(car J est le milieu de [BC])

donc MJ^2=37 donc $MJ = \sqrt{37}$ donc M decrit le cercle de

centre J et de rayon $\sqrt{37}$



c)

3)ABC est un triangle et I milieu de [BC]

* $AB^2+AC^2=2AI^2+\frac{BC^2}{2}$

* $AB^2-AC^2=2\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{BC}$

Donc $MB^2+MC^2=2MJ^2+BC^2/2=2MJ^2+26$

Et $MA^2-MJ^2=2\overrightarrow{KM}.\overrightarrow{AJ}$

Donc le resultat est evident

$M\in \Delta \Leftrightarrow 4\overrightarrow{AJ}.\overrightarrow{KM}-26=-26\ donc\ \overrightarrow{AJ}\perp\overrightarrow{MK}$

Alors Δ *est la droite perpendiculaire* à $(AJ)enK$