

# Lycee El Hedi Ben Hsin Jendouba

## devoir de controle N°2

### Exercice N° 1

Indiquer la réponse exacte :

- 1)  $Z$  un nombre complexe non réel le conjugué de  $1+iZ$  est :  
a/  $-1-iZ$       b/  $1-i\bar{Z}$       c/  $1-iz$
- 2) L'ensemble des points  $M$  d'affixe  $Z$  tel que  $|Z-3|=2$  est :  
a/ Une droite      b/ Un segment      c/ Un cercle
- 3) la forme algébrique de  $(1+i)^2(2-3i)$  est :  
a/  $6-4i$       b/  $6+4i$       c/  $-6-4i$

### Exercice N° 2

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$  et on désigne par  $C_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- 1) Dresser le tableau de variation de  $f$
- 2) a/ Montrer que  $\Delta : y = x$  est une asymptote oblique à  $C_f$  au voisinage de  $(+\infty)$
- 3) b/ Montrer que  $\Delta' : y = -x$  est une asymptote oblique à  $C_f$  au voisinage de  $(-\infty)$   
c/ Montrer que la courbe  $C_f$  est au dessus de ces asymptotes
- 4) Tracer  $\Delta$  ;  $\Delta'$  et  $C_f$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
- 5) Déduire la représentation graphique de la fonction  $g(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 7}$

### Exercice N°3

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  on considère les points  $A, B, C$  et  $I$  d'affixe respective  $z_A = -2i$ ,  $z_B = 1+i$ ,  $z_C = 4+2i$  et  $z_I = 2$

- 1) a/ Placer les points  $A, B, C$  et  $I$   
b/ Vérifier que  $I$  est le milieu du segment  $[AC]$ .
- 2) a/ calculer les affixes des vecteurs  $\overrightarrow{BA}$  et  $\overrightarrow{BC}$   
b/ Montrer que le triangle  $ABC$  est un triangle isocèle de sommet principale  $B$ .
- 3) Soit  $D$  le symétrique de  $B$  par rapport à  $I$ .  
a/ Déterminer l'affixe  $Z_D$  du point  $D$ .  
b/ Montrer que le quadrilatère  $ABCD$  est un losange.

## C ORRECTION (proposée par Guesmi.B)

### EXERCICE1

1)b                      2)c                      3)b

### EXERCICE2

1) f est définie sur  $\mathbb{R}$  et dérivable sur  $\mathbb{R}$  et  $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$  donc le signe de  $f'(x)$  est

Le même que celui de x d'où le tableau

X	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$\sqrt{3}$	$+\infty$

(Arrows in the original image point from the  $+\infty$  values in the f(x) row to the  $\sqrt{3}$  value in the f(x) row.)

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+3} - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2+3}-x)(\sqrt{x^2+3}+x)}{\sqrt{x^2+3}+x} = 0$$

Donc la droite  $\Delta: y=x$  est une asymptote à la courbe (C) en  $+\infty$

3)a) de même on montre que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2+3} + x = 0$  donc

$\Delta': y=-x$  est une asymptote à la courbe en  $(-\infty)$

b) soit  $g(x) = \sqrt{x^2+3} - x$  si  $x \leq 0$  alors  $g(x) \geq 0$

pour  $x \geq 0$  on a  $g'(x) = \frac{x - \sqrt{x^2+3}}{\sqrt{x^2+3}}$  or  $x^2 \leq x^2 + 3$  donc  $x \leq \sqrt{x^2+3}$  donc  $g'(x) \leq 0$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	-	
$g(x)$	$\sqrt{3}$	0

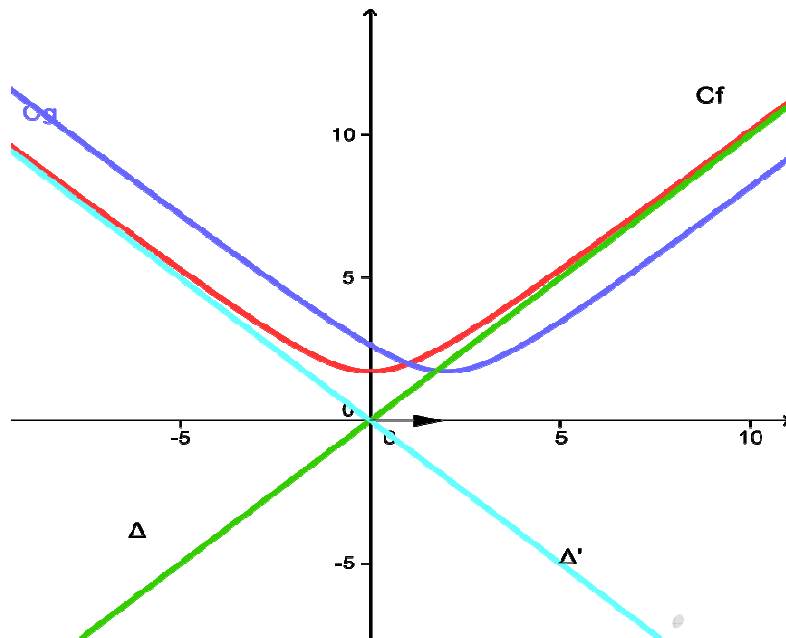
(An arrow in the original image points from the  $\sqrt{3}$  value in the g(x) row to the 0 value in the g(x) row.)

Donc  $g(x) \geq 0$

Alors pour tout réel  $x$   $\sqrt{x^2+3} \geq x$  donc la courbe (C) est au dessus

De ses asymptotes  $\Delta$  et  $\Delta'$

4)



5) on a :  $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$  donc  $(x-2)^2 + 3 = x^2 - 4x + 7$

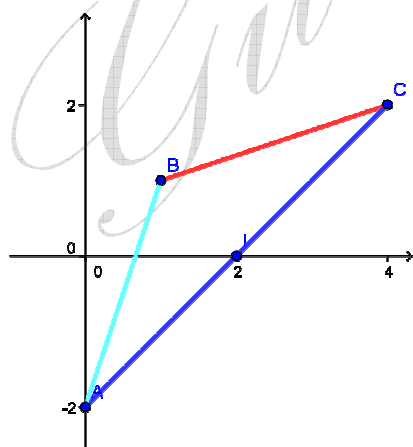
Donc  $g(x-2) = \sqrt{x^2 - 4x + 7}$

Donc la courbe  $(C_g)$  se deduit à partir de  $(C_f)$  par  $t_{2\vec{i}}$

(translation de vecteur  $2\vec{i}$ )

### EXERCICE3

1)a)



b)  $\frac{z_A + z_C}{2} = 2$  donc I est le milieu de [AC]

2)a)  $z_{\overrightarrow{BA}} = z_A - z_B = -1 - 3i$  et  $z_{\overrightarrow{BC}} = 3 + i$

b)  $BA = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$  de meme  $BC = \sqrt{10}$

donc ABC est isocèle en B

3)a)  $D = S_I(B) \Leftrightarrow z_I = \frac{z_B + z_D}{2} \Leftrightarrow z_D = 2z_I - z_B = 3 - i$

b) on a  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$  donc ABCD est un parallélogramme tel que  $BC = BA$  donc

c'est un losange

Guesmi.