Lycée El Hedi Ben Hsin Jendouba

devoir de controle N° 1

Exercice 1 : (6 points)

1) Pour chaque question une seule réponse est correcte.

	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	45 divise	65300	100170	78426
2	Le pgcd(72,160)	36	4	8

2) a) En remarquant que $31872 = 32000 - 128$ montrer que 16 divise 31872.

b) En déduire que 48 divise 31872 .

3) Déterminer les valeurs de l'entier naturel n pour que $\left(\frac{18}{7-n}\right)$ soit entier naturel.

Exercice 2 : (6 points)

Pour tout entier naturel n on peut écrire $(6n+10) = 3(2n+3)+1$.

a) Quel est le reste de la division euclidienne de $(6n+10)$ par 3 ? expliquer pourquoi.

Quel est le reste de la division euclidienne de $(6n+10)$ par $(2n+3)$?

b) on veut déterminer le $pgcd(6n+10\,,2n+3\,)$ par l'algorithme d'Euclide. Recopier et compléter le tableau suivant qui résume les divisions successives de l'algorithme d'Euclide :

Dividende	6n+10	2n+3	
Diviseur	2n+3	….	
reste	1	……	

En déduire , pour tout entier naturel n , la valeur du $pgcd(6n+10\,,2n+3\,)$.

c) Justifier que la fraction : $\frac{2n+3}{6n+10}$ est irréductible . Déduire que $\frac{2000003}{6000010}$ est irréductible .

Exercice 3 : (8 points)

Soit $(\mathscr{C})$ un cercle de centre O et de diamètre [AB] et C un point de $(\mathscr{C})$ autre que A et B , tel que $\widehat{CAB} = 27°$.

La bissectrice de l'angle $\widehat{COB}$ coupe l'arc $\widehat{BC}$ ne contenant pas A du cercle $(\mathscr{C})$, en D.

1) a) Calculer $\widehat{COB}$.
   b) Calculer $\widehat{CDB}$.

2) a) Quelle est la nature du triangle BCD ? (justifier la réponse donnée) .

   b) La droite (BD) coupe (OC) en E . Calculer $\widehat{BEC}$.

Correction (proposée par Guesmi. B)

Exercice01 :

1) **Question 1)** : réponse **B** ;**Question 2)** : réponse **C**
2) a) 31872=32000-128=16x2000-16x8)=16x(2000-8)
   Donc 31872 est divisible par 16
   b) comme 16 divise 31872 et que 3 divise aussi 31872 (car 3+1+8+7+2=21) et comme 16 et 3 sont premier entre eux et d'après le Théorème de Gauss , on peut conclure que le produit 16x3=48 divise 31872.

3) Pour tout entier naturel , $n \neq 7$, $\left(\frac{18}{7-n}\right) \in \mathbb{N}$ si $(7-n)$ un diviseur naturel de 18
   c'est à dire $(7-n) \in D_{18} = \{1,2,3,6,9,18\}$
   - $7-n=1 \Rightarrow n=6$
   - $7-n=2 \Rightarrow n=5$
   - $7-n=3 \Rightarrow n=4$
   - $7-n=6 \Rightarrow n=1$
   - $7-n=9 \Rightarrow n=-2 \notin \mathbb{N}$ donc à rejeter .
   - $7-n=18 \Rightarrow n=-11 \notin \mathbb{N}$ donc à rejeter.

   Conclusion : Pour tout entier naturel , $n \neq 7$, $\left(\frac{18}{7-n}\right) \in \mathbb{N}$ si $n \in \{1; 4; 5; ,6\}$

Exercice 02 :

a) on a : (6n+10)=(2n+3)x3+1
Donc le reste de la division euclidienne de (6n+10) par 3 est égale à 1 car ce reste doit être inférieur au diviseur qui est 3 (1 est inférieur à 3).
Donc le reste de la division euclidienne de (6n+10) par (2n+3) est 1 car 1<2n+3 pour tout entier naturel n .

b)

Dividende	6n+10	2n+3
Diviseur	2n+3	1
Reste	1	0

On en déduit que le **pgcd** (6n+10 ;2n+3)=1 (puisque 1 est le dernier reste non nul de l'algorithme d'Euclide)

c) **pgcd** (6n+10 ;2n+3)=**1** ,donc,(6n+10) et (2n+3) sont premier entre eux et par la suite $\frac{6n+10}{2n+3}$ est irréductible.

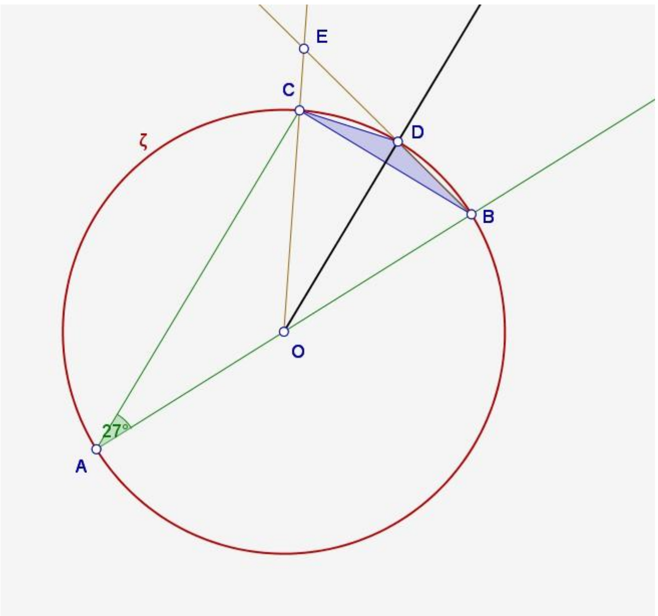
Comme on a : $\frac{2000003}{6000010} = \frac{2000000+3}{6000000+10} = \frac{2\times1000000+3}{6\times1000000+10}$; alors le rationnel $\frac{2000003}{6000010}$ est de la forme $\frac{2n+3}{6n+10}$ avec n=1000000 ;

Donc $\frac{2000003}{6000010}$ est irréductible.

Exercice 03 :

1) a) $\widehat{COB} = 2 \times \widehat{CAB}$ car $\widehat{COB}$ C est l'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{CAB}$,
d'où : $\widehat{COB} = 2 \times 27° = 54°$; car($\widehat{CAB} = 27°\ donné$).)

b) $\widehat{CDB}$ est un angle inscrit qui intercepte l'arc $[\widetilde{CB}]$ qui contient A , son angle au centre associé est l'angle rentrant $\widehat{COB}$ qui intercepte le même arc $[\widetilde{CB}]$ contenant A.
Cet angle au centre vaut 360°-54°=306° d'où
$\widehat{CDB} = = \frac{1}{2} \times \widehat{COB} = \frac{1}{2} \times 306 = 153°$



2)a) Le triangle OCB est un triangle isocèle en O , car (OC=OB rayons du cercle) et [OD) est la bissectrice de l'angle $\widehat{COB}$, donc on peut dire que la droite (OD) est la médiatrice de [CB] .
Comme le point D appartient à (OD) alors D est équidistant de C et B , d'où le triangle BCD est isocèle de sommet principal D .

b) **Première méthode :**

On sait que le triangle BCD est isocèle en D et que C $\hat{D}$ $B = 153°$ et la droite (OD) est la médiatrice de [CB] la base du triangle isocèle BCD donc elle porte la bissectrice [DO) de C $\hat{D}$ B ; ainsi dans le triangle OBD on a :
$\widehat{OBD}$ = 180°- ($\widehat{DOB} + \frac{\widehat{CDB}}{2}$) $= 180° - (27° + \frac{153°}{2}) = 76.5°$) et par la suite dans le triangle OBE
on a : $\widehat{BEO} = \widehat{BEC}$ = 180° – ($\widehat{BOE} + \widehat{OBE}$) = 180- (54+76 ,5)= 57,5°.

Une autre idée pour 2)b)

on a : $\widehat{CBD} = \frac{1}{2} \times \widehat{COD}$ = 27 :2= 13,5° ($\widehat{COD}$ est l'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{CBD}$)
$\widehat{CBA}$ = 90- 27= 63° car $\widehat{CBA}\ et\ \widehat{CAB}$ sont complémentaires (le triangle ABC est rectangle en C vu que $[AB]$ est diamètre du cercle et C un point de ce cercle.
Donc l'angle O $\hat{B}$ E= C $\hat{B}$ D + C $\hat{B}$ A = 13,5+63= 76,5°
Dans le triangle BOE , la somme des angles $\widehat{OBE}$, $\widehat{BEO}\ et\ \widehat{BOE}$ est égale à 180)
D'où : $\widehat{BEO} = \widehat{BEC}$ = 180- (54+76 ,5)= 57,5°.