**Lycée El Hedi Ben Hsin Jendouba** **devoir de controle N° 5**

Exercice 1 : ( 3 points)

*Chaque question admet une seule réponse exacte : a, b ou c. Pour chacune des questions indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.*

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1. Soit (E) le cercle d'équation $x^2+y^2-4x+2y-4=0$ , de centre I et de rayon R.

a) $O \in (E)$ ; b) $R=9$ ; c) $I(2,-1)$ .

2. Les droites (D) et (D') d'équations respectives 3x – 4y – 2 = 0 et $y=-\frac{4}{3}x$ sont :

a) parallèles ; b) perpendiculaires ; c) ni parallèles, ni perpendiculaires

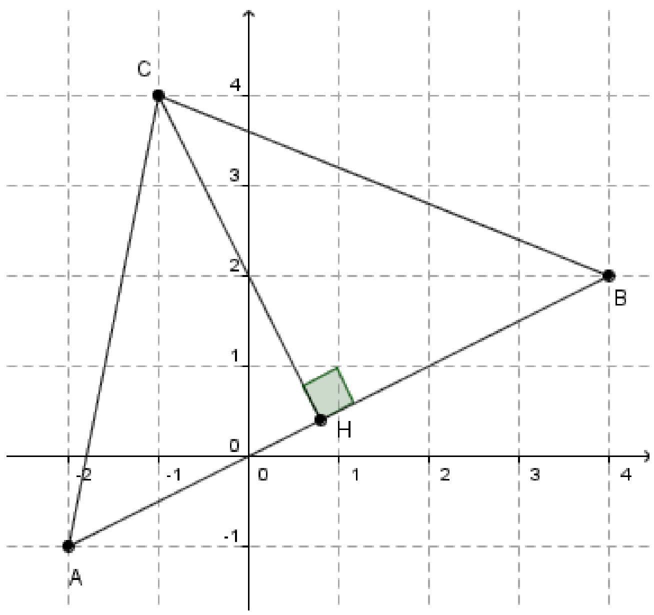
3. La parabole P' : $y=(x-1)^2-1$ est image de la parabole P : $y=x^2$ par la translation de vecteur :

a) $\vec{i}-\vec{j}$ ; b) $-\vec{i}-\vec{j}$ ; c) $-\vec{i}+\vec{j}$.

Exercice2 : (6 points)

Dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ du plan, on considère les points A, B et C . Voir figure ci-contre.

1. Donner les coordonnées de chacun des points A, B et C.
2. Montrer qu'une équation de la droite (AB) est $x-2y=0$.
3. Calculer la distance du point C à la droite (AB).
4. En déduire l'aire du triangle ABC.



Exercice 3 : (5 points)

Dans un repère orthonormé du plan, on considère les points A(1, 2) et B(0, -1). On considère le cercle ( $\mathscr{C}$ ) de centre A et passant par B. La tangente (T) à ( $\mathscr{C}$ ) en B coupe l'axe des abscisses au point J.

1. Calculer le rayon du cercle ( $\mathscr{C}$ ).

2. Ecrire une équation cartésienne de la tangente (T).

3. Vérifier que les coordonnées de J sont (-3, 0).

Exercice 4 : (6 points)

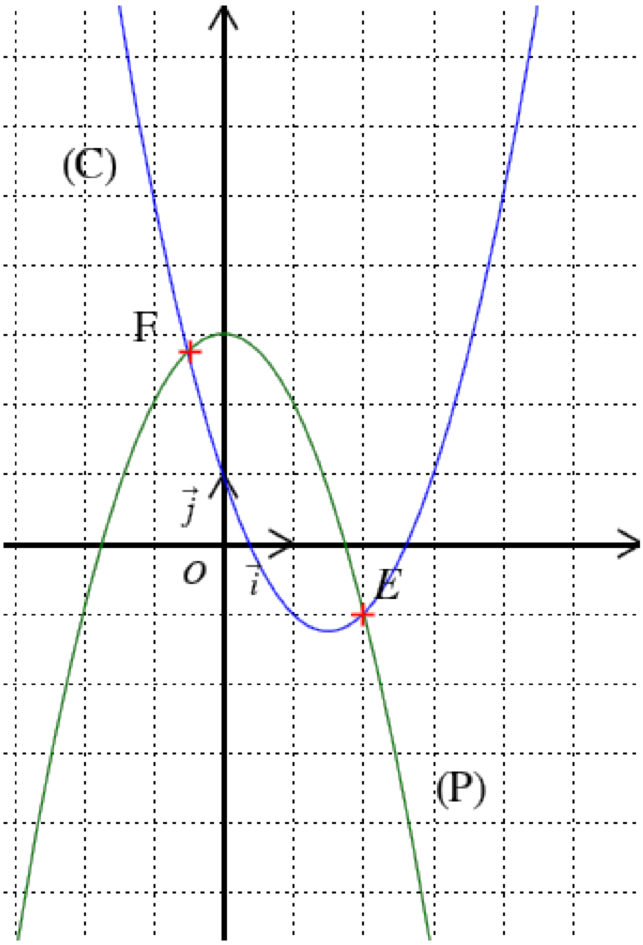
Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$. On considère la parabole (C) représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x + 1$.

1. a) Vérifier que pour tout x réel, $f(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$.

b) En déduire une équation de l'axe (D) de la parabole (C) et les coordonnées de son sommet S.

2. Ci-contre sont tracées les paraboles (C) et (P). Déterminer les réels a et b tel que la parabole (P) soit d'équation $y = ax^2 + b$.

3. Déterminer algébriquement les coordonnées des points E et F d'intersection des paraboles (C) et (P).



# Corrigé

Exercice 1 :

1. c) ; 2.b) ; 3. a)

Exercice 2 :

1. A(-2, -1) , B(4, 2) et C(-1, 4).

2. On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}$ donc (AB) : 3x – 6y + c = 0 , où c est un réel.

Comme A(-2, -1) alors $3.(-2)-6.(-1)+c=0$ d'où c = 0 . Il en résulte, (AB) : $x-2y=0$.

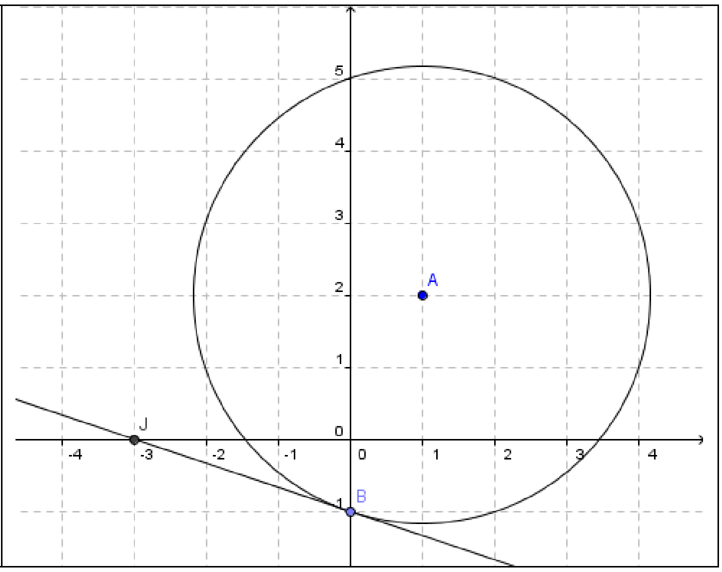
3. La distance du point C à la droite (AB) est $d\left(C,(AB)\right)=\dfrac{|-1-8|}{\sqrt{1+4}}=\dfrac{9}{\sqrt{5}}$.

4. L'aire du triangle ABC est $\dfrac{1}{2}AB.d\left(C,(AB)\right)=\dfrac{1}{2}\sqrt{36+9}.\dfrac{9}{\sqrt{5}}=\dfrac{3}{2}\sqrt{5}\dfrac{9}{\sqrt{5}}=\dfrac{27}{2}$.

Exercice 3 :

1. Le rayon du cercle ( $\mathscr{C}$ ) est
AB = $\sqrt{(0-1)^2+(-1-2)^2}=\sqrt{1+9}=\sqrt{10}$.

2. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\-3\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à la tangente (T) à ( $\mathscr{C}$ ) en B.
Donc (T) : -x – 3y + c = 0 , où c est un réel.
$B(0,-1)\in(T)$ équivaut à 3 + c = 0 d'où c = -3.
Il en résulte, (T) : -x – 3y - 3 = 0 , ou encore (T) : x + 3y + 3 = 0.



3. Soit $\{J\} = T \cap \left( O, \overrightarrow{i} \right)$, les coordonnées de J sont solution du système $\begin{cases} x+3y+3=0 \\ y=0 \end{cases}$ d'où

$\begin{cases} x+3=0 \\ y=0 \end{cases}$ ou encore $\begin{cases} x=-3 \\ y=0 \end{cases}$. Par suite , les coordonnées de J sont (-3, 0).

Exercice 4 :

1. a) Pour tout x réel, $f(x) = x^2 - 3x + 1 = \left( x - \frac{3}{2} \right)^2 - \frac{9}{4} + 1 = \left( x - \frac{3}{2} \right)^2 - \frac{5}{4}$.

b) L'axe de la parabole (C) est $D : x = \frac{3}{2}$ et son sommet est $S\left( \frac{3}{2}, -\frac{5}{4} \right)$.

2. La parabole (P) soit d'équation $y = ax^2 + b$ passe par les points de coordonnées respectives (0, 3) et (2, -1) donc les réels a et b sont solutions du système : $\begin{cases} b=3 \\ 4a+b=-1 \end{cases}$ d'où $\begin{cases} a=-1 \\ b=3 \end{cases}$.

3. On a : (C) : $y = x^2 - 3x + 1$ et (P) : $y = -x^2 + 3$. Les coordonnées des points E et F sont solutions du système : $\begin{cases} y = x^2 - 3x + 1 \\ y = -x^2 + 3 \end{cases}$.

Les abscisses des points E et F sont les racines de l'équation : $x^2 - 3x + 1 = -x^2 + 3$ ou encore de l'équation : $2x^2 - 3x + 2 = 0$ .

Le discriminant de cette équation est : $\Delta = (-3)^2 - 4.2 - (-2) = 9 + 16 = 25$.

Les racines sont donc : $x_1 = \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2}$ et $x_2 = \frac{3+5}{4} = 2$.

Si x = $-\frac{1}{2}$ , $y = -\left( -\frac{1}{2} \right)^2 + 3 = -\frac{1}{4} + 3 = \frac{11}{4}$ ; si x = 2 , $y = -2^2 + 3 = -4 + 3 = -1$.

On conclue : E(2, -1) et $F\left( -\frac{1}{2}, \frac{11}{4} \right)$.