| Lycee El Hedi Ben Hsin Jendouba | Epreuve de : Mathématiques<br>DEVOIR DE CONTROLE N°2<br>Durée : 2 heures |
|---|---|

**Exercice n°1 :**

Dans le plan orienté de sens direct , on considère un rectangle ABCD tel que BC = 4 ,AB = 2 BC et $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ .On désigne par J le point du segment $[CD]$ tel que CJ $=\frac{1}{4}$CD .

1)a)Calculer AC puis $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ . b)En déduire que $\cos(\widehat{BAC})=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

2)a) Calculer $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CJ}.\overrightarrow{CA}$ .

b) En déduire que les droites $(AC)$ et $(BJ)$ sont perpendiculaires .

3) Soit $G$ le barycentre des point pondérés $(A,2)$ et $(B,3)$. ( Indication : $2\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ ).

a) Construire le point $G$ .

b) Pour tout points $M$ du plan, on pose : $\vec{U}=2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}$ . Exprimer $\vec{U}$ à l'aide de $\overrightarrow{MG}$

c) Déterminer et construire l'ensemble $\Delta=\left\{M\in P/\ \vec{U}.\overrightarrow{AB}=0\right\}$

**Exercice n°2 :**

Soit la fonction $f$ définie par : $\begin{cases} f(x)=\sqrt{x^2+1}+x & \text{si } x\in\left]-\infty,0\right[ \\ f(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{x+1} & \text{si } x\in\left[0,+\infty\right[ \end{cases}$

On note $\zeta$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé **R**$=\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

**1)** Déterminer le domaine de définition $D_f$ de $f$ .

**2) a)** Montrer que pour tout $x\in\left[0,+\infty\right[$ on a $f(x)=x-4+\frac{5}{x+1}$

**b)** Montrer que la droite $\Delta: y=x-4$ est une asymptote à la courbe $\zeta$ de $f$ en $(+\infty)$ .

**c)** Etudier la position de $\zeta$ par rapport à $\Delta$ sur

**3) a)** Montrer que pour tout $x\in\left]-\infty,0\right[$ on a $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}$.

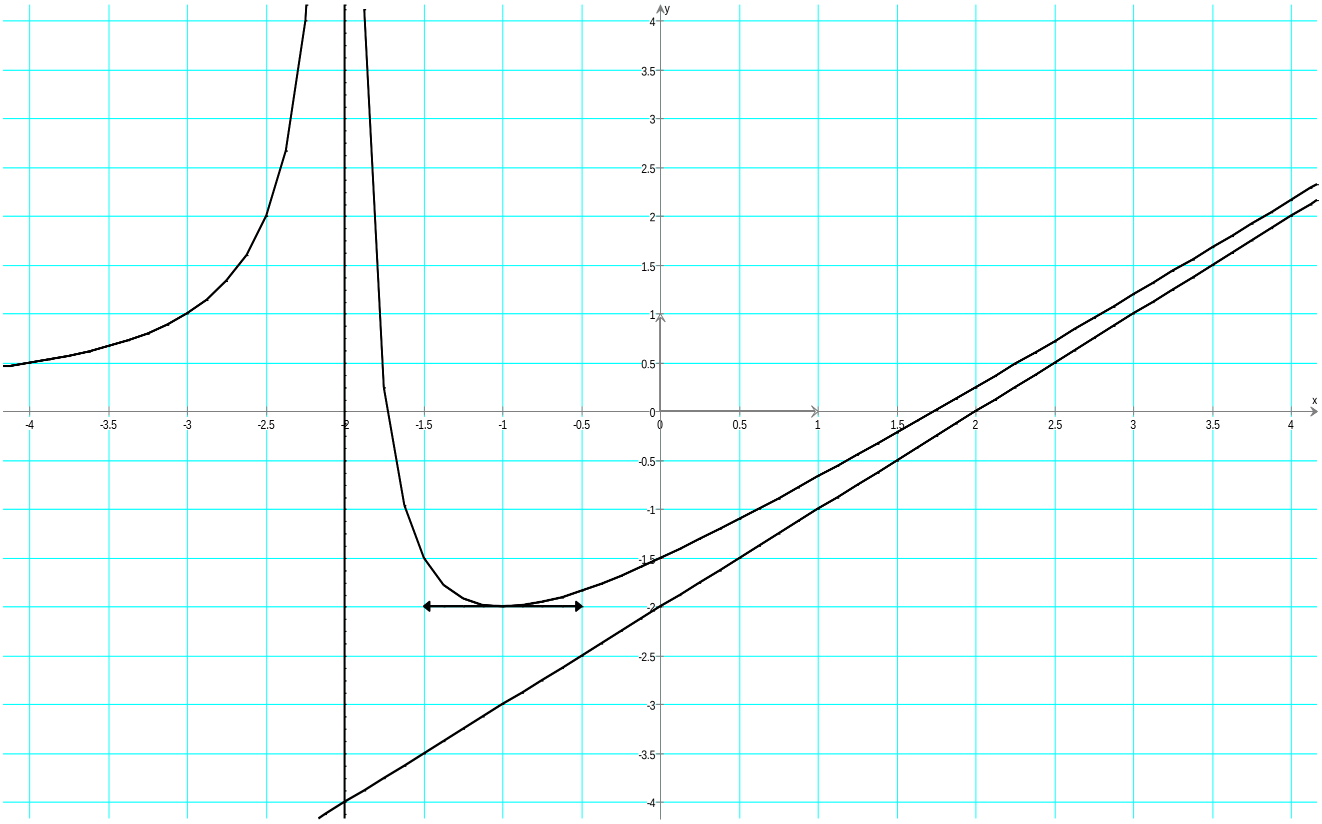
**b)** En déduire que $f$ admet une asymptote D d'équation $y=0$ en $(-\infty)$

**4) a)** Etudier la continuité de la fonction $f$ en 0 .

**b)** En déduire que $f$ est continue sur

***Exercice n°3 :***

**A/** Dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$ on donne la courbe $\zeta$ d'une fonction $f$




**1)** Déterminer le domaine de définition $D_f$ de $f$ .

2)Déterminer : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$ ………………………………... ; $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$ ………………………

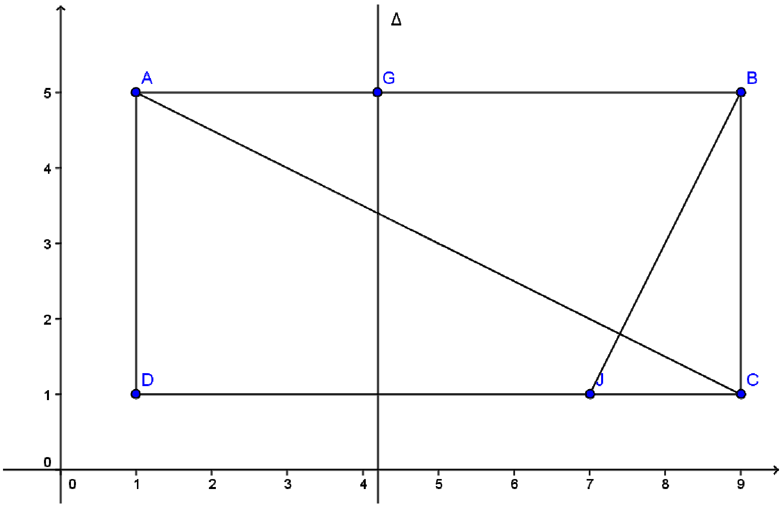
$\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) =$ ……………………………….; $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) =$ ………………………

3) Déterminer les équations des asymptotes: $y =$.................... ; $y =$......................et $x =$............................

4) Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) - x + 2 =$ ……………………………

CORRECTION(proposee par Guesmi.B)

## EXERCICE1




1)a) $AC = \sqrt{4^2+8^2} = 4\sqrt{5}$

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB} = 64$ *de meme*

b)On a :$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB.AC\cos\widehat{BAC}$ *donc* $\cos\widehat{BAC} = \frac{64}{4.8\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

2)a)$\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}.\frac{1}{4}\overrightarrow{CD} = 16$

b)$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{AC}.\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CJ}\right) = \overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CJ} = 16-16 = 0$ *donc* $(AC)\perp(BJ)$

3)a) voir la construction $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$

b)$\vec{u} = 2\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)+3\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right) = 5\overrightarrow{MG}$ *car* $2\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB} = \vec{0}$

c)$\vec{u}.\overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow (MG)\perp(AB)$ donc M decrit la perpendiculaire à (AB) passant par G

## EXERCICE2

1)le domaine de f est IR car (-1) n'appartient pas à [0,+∞[

2)a) on a :$(x-4)+\frac{5}{x+1} = \frac{(x-4)(x+1)+5}{x+1} = \frac{x^2-3x+1}{x+1} = f(x)$

b) on a :$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-(x-4)) = \lim_{x\to+\infty}\frac{5}{x+1} = 0$ *donc* $\Delta: y = x-4$

est une asymptote à la courbe en +∞

soit $g_1(x) = f(x) - y = \frac{5}{x+1}$ *pour* $x \in [0,+\infty[$ *donc* $g_1(x) \geq 0$

*alors C est au dessus de* $\Delta$

*on montre de meme que dans ]-∞,0[ C est au dessus de* $\Delta$

*3)a) pour x<0 on a* $\sqrt{x^2+1}+x=\frac{(\sqrt{x^2+1}+x)(\sqrt{x^2+1}-x)}{\sqrt{x^2+1}-x}=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}$

*b)* $\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}=0$ *donc la droite D :y=0 est une asymptote à la courbe (C) en (-∞)*

*4)a) ona* $\lim_{x\to0^+}(x-4)+\frac{5}{x+1}=\lim_{x\to0^-}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}=f(0)=1$

*Donc f est continue en 0*

*b) puisque f est continue sur [0,+∞[ , sur ]-∞,0[ et en 0 donc f est continue sur IR*

## EXERCICE3

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty;\ \lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty\ ;\lim_{x\to-2^-}f(x)=+\infty,\ \lim_{x\to-2^+}f(x)=+\infty$$

$y=\frac{1}{2}$ ; $y=x-2$ (1)

*Justification de (1)*

*Posons y=ax+b donc on a les points (2,0) et (0,-2) verifient donc b=-2 et a=1*

*Donc y=x-2*

*Puisque* $\lim_{x\to-2}f(x)=2$ *alors x=-2 est une asymptote*

*Puisque y=x-2 est une asymptote oblique en +∞ alors* $\lim_{x\to+\infty}f(x)-(x-2)=0$