Lycee El Hedi Ben Hsin Jendouba

Devoir de controle N° 4

EXERCICE 1

Le plan est muni d'un repere $(O, \vec{u}, \vec{v})$

On note (C)l'ensemble des points M(x ; y) du plan tels que : $x^2 + y^2 + 2x + 15 = 0$

1- Justifier que (C) est un cercle de centre I(-1 ;0) et de rayon R=4.

soit Δ une droite d'équation cartésienne : x - $\sqrt{3}$y -7 = 0

2-a- calculer d(I ; Δ) . on déduire que la droite Δ est tangente au cercle (C) .

b-déterminer les coordonnées du point de contact A de la droite Δ avec le cercle (C)

3-a- vérifier que le point K(3 ;0) est un point du cercle (C)

b-Déterminer une équation de la tangente T à (C) au point K.

4- Déterminer une équation cartésienne du cercle (C') image du cercle(C) par $t_{\vec{v}}$

EXERCICE 2

Le plan est $(o, \vec{u}, \vec{v})$

Soient f et g deux fonctions définies par : f(x) =2x^2-2

g(x)=$\frac{2x+2}{x-1}$

Les représentations graphiques **P** de f et **H** de g sont tracées dans la feuille annexe

1- Déterminer les domaines de définitions de f et g

2- a-donner l'axe et le sommet de la parabole P

b- donner le tableau de variations de f

3 - a- donner les équations des asymptotes de **H** ainsi que son centre de symétrie

b- donner le tableau de variations de g

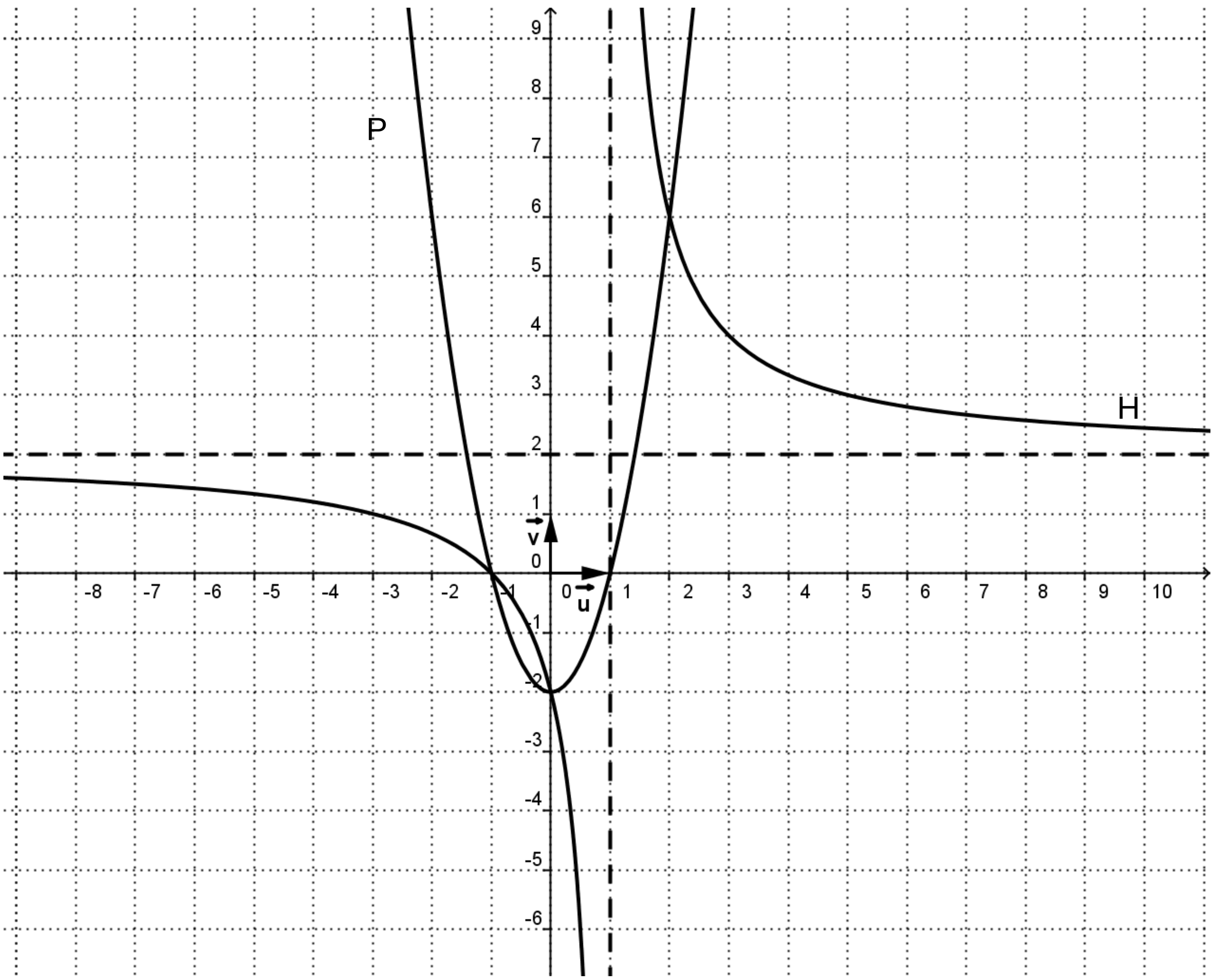
4- a vérifier que f(x)=2(x-1)(x+1)

b- resoudre graphiquement $\frac{x+1}{x-1} = (x-1)(x+1)$

nom prenom classe

FEUILLE ANNEXE A RENDRE

Exercice 2



CORRECTION(proposee par Guesmi.B)

EXERCICE1

1)$x^2+y^2+2x-15=0 \Leftrightarrow (x+1)^2-1+y^2=15 \Leftrightarrow (x+1)^2+y^2=4^2$

De la forme $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ (equatiopn du cercle de centre le point (a,b) et de rayon R)

Donc (ζ) est le cercle de centre I(-1,0) et de rayon R=4

2)a)d(I,Δ)=$\frac{|-1-\sqrt{3}X0-7|}{\sqrt{1^2+(-\sqrt{3})^2}} = 4$

Donc d(I,Δ)=R , alors Δ est tangente à (ζ)

b) soit {A}=Δ∩(ζ) et A(p,q) d'où $\begin{cases} p-\sqrt{3}q-7=0\ (A \in \Delta) \\ (p+1)^2-q^2=4\ (A \in (\zeta)) \end{cases}$

d'où A(1,-2$\sqrt{3}$)

3)a)on a : $3^2+0+2X3-15=0$ donc K∈(ζ)

b)T est tangent à (ζ) en K⇔$\overrightarrow{IK}$ est un vecteur normal à T et K∈T

$\overrightarrow{IK}\binom{4}{0}$ donc T : 4x+a=0 mais K∈T donc 4X3+a=0 donc a=-12

D'où T : x-3=0

4) (O,$\vec{u}$, $\vec{v}$) un repere orthonorme donc $\vec{v}\binom{0}{1}$

M∈(ζ)et M(x,y) , M'=$t_{\vec{v}}(M)\epsilon(\zeta')$ et M'(x',y')⇔ $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$

D'où $\binom{x'-x=0}{y'-y=1} \Leftrightarrow \begin{cases} x=x' \\ y=y'-1 \end{cases}$ $or\ (x+1)^2+y^2=4^2$

D'où $x'^2+(y'-1)^2=4^2$

Equation du cercle (ζ') de centre I'(0,1) et de rayon R=4

EXERCICE2

1)D_f=IR et D_g=IR-{1}

2)l'axe x=0 et le sommet S(0,-2)

f est paire soit a>0 et b>0 ; a≠b

$\frac{f(a)-f(b)}{a-b} = 2(a+b) > 0$ donc f est croissante sur IR_+ et puisque f est paire

Donc elle est decroissante sur IR_-

3)a) g(x)=$\frac{2x-2+4}{x-1} = \frac{2(x-1)}{x-1} + \frac{4}{x-1} = 2 + \frac{4}{x-1}$

Donc les asymptotes sont Δ : y=2 et Δ' : x=1

b)soient a>1 ;b>1 et a≠b ;$\frac{g(a)-g(b)}{a-b} = \frac{-4}{(a-1)(b-1)} < 0$ $de\ meme\ si a < 1\ et\ b < 1$

donc g est decroissante sur IR-{1}

4)$2x^2-2=2(x^2-1)=2(x-1)(x+1)$

On remarque que $\frac{x+1}{x-1} = \frac{g(x)}{2} \Leftrightarrow g(x) = \frac{2x+2}{x-1}$ donc f(x)=g(x)

On regarde les abscisses des points d'intersection de (P) et (H)

Qui sont -1 ;0 et 2

On resoud $\frac{x+1}{x-1} = (x+1)(x-1) \Leftrightarrow (x+1)[(x-1)^2-1] = 0$ et x≠1

Alors x+1=0 ou $(x-1)^2-1=0$ ⇔x=-1 ou x-1=1 ou x-1=-1 donc

X=-1 ou x=0 ou x=2