

CORRECTION DU DEVOIR DE CONTROLE N°1(2011)

EXERCICE1

1)b)

$$2) E = \{M \in P \text{ tel que } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}\}$$

b) $E = (AB) - \{A\}$

3)a) vrai

b) faux

EXERCICE2

I)

$$1) D_f =]-\infty, 4] - \{0, -1, 1\}$$

2)a) la continuité de f résulte de celle de $\sqrt{4-x}$ mais f n'est pas continue en 1

Donc f n'est pas continue sur $]-\infty; 4] - \{0\}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ et $f(1/2) \approx 0,34$

$0,15 \in]0; 34, +\infty[$ et que f est continue sur $[1/2, 1[$

Donc

l'équation $f(x) = 0,15$ admet au moins une solution dans $\left]\frac{1}{2}, 1\right[$

II) 1) $f(x) = \frac{-1}{(\sqrt{4-x}+2)(x+1)(x-1)}$

Donc $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{1}{4}$

Donc g est continue en 0

2) $\lim_{x \rightarrow 4^-} g(x) = \frac{-1}{30}$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} g(x) = 24$$

g nadmet pas de limite en 4 alors g n'est pas continue en 4

EXERCICE3

$$1) (\widehat{\overrightarrow{AE}}, \widehat{\overrightarrow{EC}}) = \pi + (\widehat{\overrightarrow{EA}}, \widehat{\overrightarrow{EC}}) [2\pi \equiv \frac{-14\pi}{15} [2\pi]$$

$$2) (\widehat{\overrightarrow{EB}}, \widehat{\overrightarrow{AB}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{BE}}, \widehat{\overrightarrow{BA}}) [2\pi] \equiv \frac{-2\pi}{5} [2\pi]$$

$$3) (\widehat{\overrightarrow{EB}}, \widehat{\overrightarrow{EC}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{EB}}, \widehat{\overrightarrow{AB}}) + (\widehat{\overrightarrow{AB}}, \widehat{\overrightarrow{AE}}) + (\widehat{\overrightarrow{AE}}, \widehat{\overrightarrow{EC}}) [2\pi] \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

4) le triangle EBC est rectangle en E d'apres 3°)

EXERCICE4

$$1) \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}) \cdot \overrightarrow{BC}$$

$$= \overrightarrow{BC}^2 + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA}$$

$$= BC^2 + \overrightarrow{HC} \cdot \overrightarrow{CA} \quad \text{avec H le milieu de [AC]}$$

$$BC^2 - HC \cdot CA = 16 - 24 = -8$$

$$2) \text{on a aussi } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -BA \cdot BI = -4BI \text{ donc } BI = 2 \text{ d'apres 1°)$$

$$\text{On sait aussi que } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = BA \cdot BC \cdot \cos ABC \text{ vu } 1^\circ \text{ on deduit que } \cos ABC = \frac{-1}{2}$$

$$3) \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CI} = CI^2 = 48 - 36 = 12 \text{ (Pythagore)}$$

$$\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{CK} \cdot \overrightarrow{CJ} \text{ av}$$

$$= CK \times CJ = 6 \times 2 = 12$$

$$4) \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{BC} \cdot (\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CJ}) = 12 - 12 = 0 \text{ donc}$$

(BC) est perpendiculaire à (IJ)

$$5)a) \Delta = \{M \in P \text{ tel que } MA^2 - MB^2 = 32\}$$

D'où $2\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AB} = 32$ signifie que $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AB} = 16$

$$b) CA^2 - BC^2 = 48 - 16 = 32 \text{ donc } C \in \Delta$$

soit H le projete orthogonal de M sur (AB)

$$M \in \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AB} =$$

$$\overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{AB} = 16 ; \overrightarrow{OH} \text{ et } \overrightarrow{AB} \text{ sont colinéaires et de même sens donc } OH \cdot AB = 16$$

Mais $AB=4$

Donc $OH=4$ d'où $H=I$ alors $\Delta = (CI)$

$$c) MA^2 + MB^2 = 64 \text{ donc } 2MO^2 + \frac{AB^2}{2} = 64$$

donne

$MO = 2\sqrt{7}$ équivaut à dire que M décrit le cercle τ de centre O et de rayon $2\sqrt{7}$

$$CA^2 + CB^2 = 2CO^2 + \frac{AB^2}{2} \text{ donc } CO = 2\sqrt{7} \text{ donc } c \in \tau$$