**Lycée El Hedi Ben Hsin Jendouba**

**devoir de controle N° 5**

Exercice n°1 ( 6 points)

Soit $u_n$ une suite réelle définie sur IN par : $\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = 3u_n + 8 \end{cases}$ $n \in IN$

1) a) Calculer $u_1$ et $u_2$

b) Déduire que $u_n$ ni suite arithmétique ni suite géometrique

2) Soit $v_n$ une suite définie sur IN par $v_n=u_n+4$

a) Montrer que $v_n$ est une suite géometrique dont on précisera la raison et le premier terme

b) Ecriver $v_n$ puis $u_n$ en fonction de n

3) Soit $w_n$ une suite définie sur IN par $w_n = v_n + 3n - 1 - 3^n$

Montrer que $w_n$ est une suite arithmétique

4)Soit $S=v_0+v_1+v_2+\ldots\ldots v_n$ et $S'=w_0+w_1+w_2+\ldots\ldots w_n$ . Ecriver S et S' en fonction de n

Exercice n°2 ( 2 points )

1) Calculer $\cos(\frac{\pi}{9}) + \cos(\frac{8\pi}{9}) - \sin(\frac{5\pi}{12}) + \sin(\frac{7\pi}{12})$

2) Calculer cosx +cosy -sinx+siny ? avec $x+y=\pi$

Exercice n°3 ( 4 points )

Soit $x \in ]0;\pi[$ et $f(x) = \frac{1}{2}(\frac{1}{1+\cos x} + \frac{1}{1-\cos x})$

1) Calculer $f(\frac{\pi}{2})$ ; $f(\frac{\pi}{6})$

2)a) Montrer que pour tout $x \in ]0;\pi[$ on a $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$

b) Résoudre dans ]0 ;π[ l'équation f(x)=4

3) Soit g définie sur ]0 ; π [ par g(x)=2( 1+cosx) - $(1+cosx)^2$

Vérifier que $f(x) = \frac{1}{g(x)}$

<u>Exrcice n°4</u> ( 8 points )

Soit $(O;\vec{i};\vec{j})$ un rpére orthonormé du plan ; A(1 ;-2 ) et B(3 ;2)

1) a) Déterminer AB

b)Montrer que l'emsemble (C) des points M tel que MAB triangle rectangle en M ; est un cercle de centre I( 2 ; 0) et de rayon R= $\frac{\sqrt{20}}{2}$

c) Ecriver l'équation de (C )

2)Soit (C') l'ensemble des points M(x ;y) tel que $x^2+y^2-2y-2=7$ . Déterminer (C')

3) Soit Δ une droite de coeficient directeur 2 et passe le point E( 0 ;-4)

a) Ecriver l'équation réduite de Δ

b)Calculer les coordonnées des points d'intersections de (C') et Δ

CORRECTION(proposée par Guesmi.B)

## EXERCICE1

1)a) $U_1=3u_0+8=-1$

$U_2=3u_1+8=5$

b) $u_1-u_0=2$ par contre $u_2-u_1=6$ donc $(u_n)$ n'est pas une suite arithmétique

$\frac{u_1}{u_0}=\frac{1}{3}\ mais\ \frac{u_2}{u_1}=-5$ donc $(u_n)$ n'est pas une suite géométrique

2)a) $v_{n+1}=u_{n+1}+4=3u_n+8+4=3u_n+12=3(u_n+4)=3v_n$

Donc $(v_n)$ est une suite géométrique de raison $q=3$ et de premier

Terme $v_0=u_0+4=1$

b) $v_n=v_0q^n=3^n$

3) $w_n=3n-1$

$W_{n+1}-w_n=3$

Donc la suite $(w_n)$ est une suite arithmétique de raison $r=3$ et de

Premier terme $w_0=-1$

4)$S=v_0+v_1+\dots\dots+v_n=v_0(\frac{3^{n+1}-1}{3-1})=\frac{3^{n+1}-1}{2}$ (n+1)termes

$S'=w_0+w_1+\dots\dots+w_n=(\frac{w_0+w_n}{2})=(n+1)(\frac{3n-2}{2})$ (n+1)termes

**EXERCICE2**

1)On sait que cos(π-x)=-cosx  et sin(π-x)=sinx

On remarque que $\frac{8\pi}{9} = \pi - \frac{\pi}{9}$ $et$ $\frac{7\pi}{12} = \pi - \frac{5\pi}{12}$

Donc A=cos($\frac{\pi}{9}$) $+ \cos\left(\pi - \frac{\pi}{9}\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) + \sin\left(\pi - \frac{5\pi}{12}\right) = 0$

2)De meme B=cos(x)+cos(π-x)-sinx+sin(π-x)=0

**EXERCICE3**

1)f($\frac{\pi}{2}$) $= \frac{1}{2}.2 = 1$ $e\ t\ f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 4$

2)a) f(x)=$\frac{1}{2}\left(\frac{1-cosx+1+cosx}{1-cos^2x}\right) = \frac{1}{sin^2x}$

b) vu la question1) f(x)=4 si x=$\frac{\pi}{6}$

3)g(x)=(1+cosx)(2-(1+cosx))=(1+cosx)(1-cosx)=1-cos$^2$x=sin$^2$x

Mais f(x).g(x)=$\frac{1}{sin^2x}$.sin$^2$x=1 donc  f(x)=1/g(x)

**EXERCICE4**

1)a) AB=2$\sqrt{5}$

b) le triangle AMB est rectangle en M signifie que $\widehat{AMB} = 90°$

donc M est sur le cercle de diametre [AB] c.a.d

son centre esr le milieu de [AB] qui est I($\frac{1+3}{2}$,$\frac{2-2}{2}$) donc I(2,0)

et de rayon $\frac{AB}{2} = \sqrt{5}$

c) $\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{BM}$  or $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-1 \\ y+2 \end{pmatrix}$ $et$ $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x-3 \\ y-2 \end{pmatrix}$

donc (x-1)(x-3)+(y-2)(y+2)=0  sig   x$^2$+(y-2)$^2$=$(\sqrt{5})^2$

c) (C') : $x^2+y^2-2y-2=7$

equ $x^2+(y-1)^2=(\sqrt{10})^2$

c'est le cercle de centre I'(0,1) et de rayon R'=$\sqrt{10}$

3)a) $\Delta$ :y=2x+p or E(0,-4) appartient à$\Delta$

Donc -4=0+p donc p=-4

Alors $\Delta$ :y=2x-4

b) d'une part y=2x-4 (1) et d'autre part

$x^2+(y-1)^2=10$ (2)

donc en remplacant y dans (2) on obtient

$x^2-4x+3=0$ donc a+b+c=0 d'où x=1 ou x=3

d'où si x=1 dans (1) alors y=-2

si x=3 alors y=2

donc (C')∩($\Delta$)={F,H} avec F(1,2) et H(3,2)