Exercices de mathématiques sur vecteurs, translations et coordonnées dans le plan

Exercice :1

Démontrer que les points B et D sont confondus sachant que :

$$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{CD}$$

Exercice :2

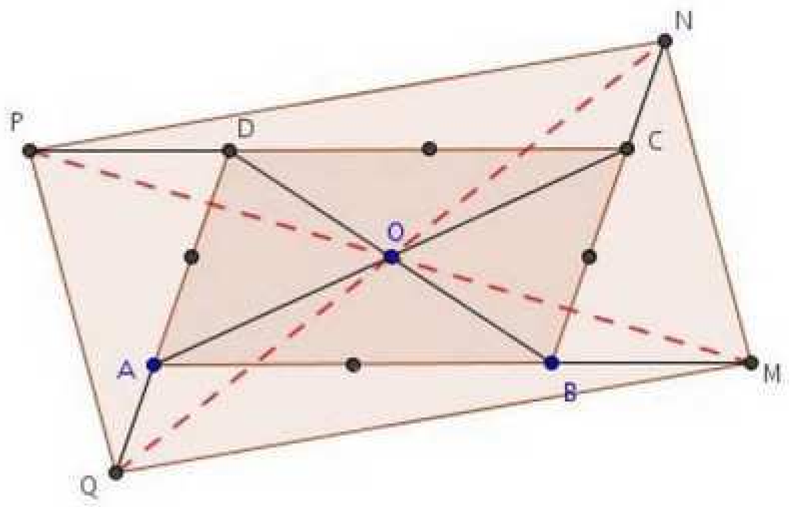
ABCD est un parallélogramme de centre O. Les points M, N, P et Q sont tels que :

$$\overrightarrow{AM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{BN}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}\,;\,\overrightarrow{CP}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CD}\,;\,\overrightarrow{DQ}=\frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$$

1.

a. Démontrer que $\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{DP}$.

b. Déduisez-en que O est le milieu de [MP] .



Corrigé de cet exercice de maths sur Etude d'un parallélogramme.

Exercice :3

A et B sont deux points distincts.

On cherche à construire le point M tel que :

$$3\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}=\vec{0}$$

1. Les vecteurs $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ sont-ils colinéaires ?ont-ils le même sens?ont-ils la même norme?

2. En utilisant la relation de Chasles, montrer que l'on a l'égalité :

$$7\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{AB}=\vec{0}$$

3. En déduire $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$.

Construire le point M.

Corrigé de cet exercice de maths sur Problème sur les vecteurs.

EXERCICE4

Exercice n° 1 :

(O,I,J) est un repere orthonormal avec OI=OJ=1 cm.

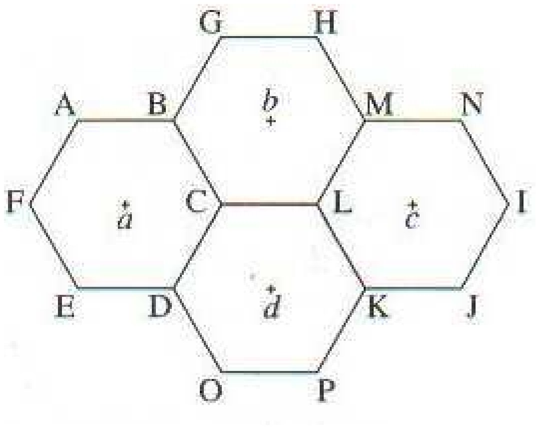
a. Placer les points A(-4;6), B(-2;-3),C(2;0),D(0;3), E(2;3).

b. Quelles sont les coordonnées des points A et B dans le repere (O;C,D)dans le repère (O;D,C)?

c. Quelles sont les coordonnées du point O dans le repere (E;C,D)?

Exercice n° 2 :

La figure ci-dessous représente des hexagones reguliers de centres a,b,c,d.



1. Determiner les images de chacun des points C,E,A,M par la translation de vecteur :

a. $\overrightarrow{AB}$

b. $\overrightarrow{BC}$

c. $\overrightarrow{AC}$

2. Demontrer que C est le milieu de [AK].

Exercice n° 3 :

Demontrer que pour tous points A, B, C, D.

$\boxed{\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}}$.

Exercice n° 4 :

Dans un repere, on considere les points A(-5;3), B(2;-1), C(0;4).

a.Placer les points A,B,C.

b. Calculer les coordonnees des vecteurs $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BC}.$.

c. En deduire les coordonnees du point M tel que $\overrightarrow{AM}=\vec{u}$.

d. Verifier que B est le milieu de [AM] .

e. Calculer la distance AB .

Exercice n° 5 :

ABC est un triangle.
D,E,F sont les points tels que :

$\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BF} = -2\overrightarrow{BA}$.

Demontrer que les points D, E, F sont alignes .

Indication : utiliser la relation de Chasles .

_

Corrigé de cet exercice de maths sur Vecteurs et repérage..

Points alignés dans un repère en seconde

Exercice :

Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, on donne :

E(3 ; - 1) F(7 ; - 7)   G(5 ; - 4).

Déterminer si les trois points E, F et G sont alignés.

Corrigé de cet exercice de maths sur Points alignés dans un repère.

Exercice :5

Dans chacun des cas suivants, montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

_

1. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BD}$.

_

2. $2\overrightarrow{CB} - 9\overrightarrow{CA} - 7\overrightarrow{AD} = \vec{0}$

Corrigé de cet exercice de maths sur Vecteurs colinéaires.

Exercice :6

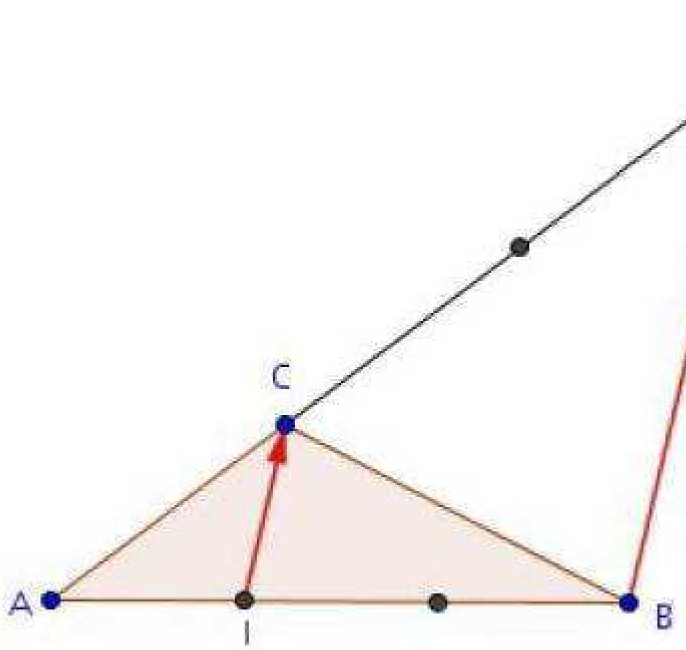
On considère un triangle ABC et les points I et J tels que :

$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AC}$

1. Montrer à l'aide de la relation de Chasles que $\overrightarrow{BJ} = 3\overrightarrow{IC}$.

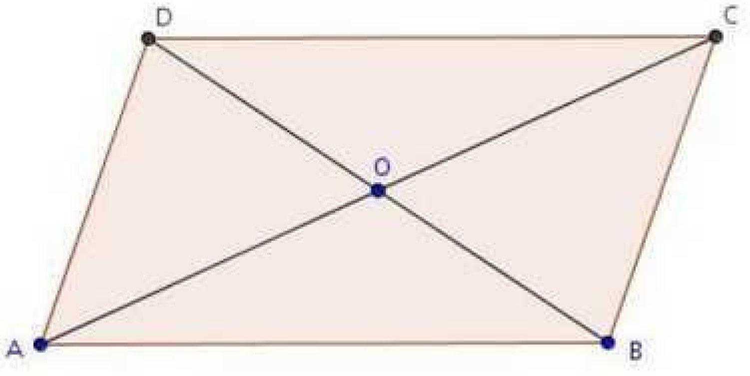
2. Que peut-on en déduire pour les droites (BJ) et (IC) ?



Corrigé de cet exercice de maths sur Relation de Chasles et vecteurs.

Exercice :7

ABCD est un parallélogramme de centre O.
Donner l'ensemble des relations vectorielles possibles sur cette figure.



Corrigé de cet exercice de maths sur Parallélogramme et vecteur.

Exercice :8

Soit ABCD est un parallelogramme .

1) Placer les points M et N définis par les égalités suivantes:

$$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AD}+\frac{2}{5}\times\overrightarrow{DB}$$
$$\overrightarrow{CN}=-\overrightarrow{CB}-\frac{1}{3}\times\overrightarrow{BA}$$

---

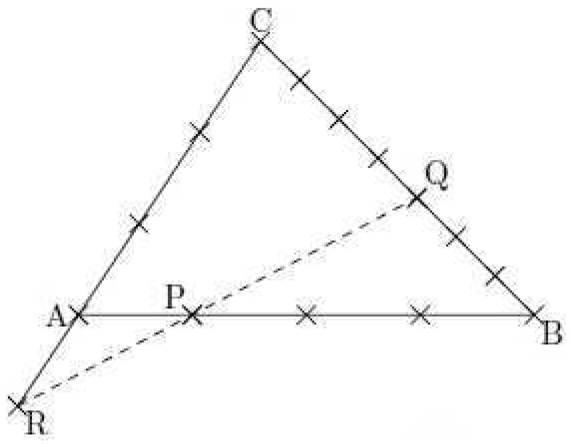
2) Montrer en utilisant la relation de chasles que $\overrightarrow{DN}=-\overrightarrow{CB}-\frac{2}{3}\times\overrightarrow{BA}$.

3) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{DN}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{DB}$.

Corrigé de cet exercice de maths sur Vecteurs et parallèlogramme..

Exercice :9

Les points P, Q et R sont-ils alignés ?



Corrigé de cet exercice de maths sur Les point sont-ils alignés.

Exercice :10

ABCD est un parallélogramme.
I est le milieu de [AB].

E est le point tel que $\overrightarrow{DE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DI}$

1. Effectuer la figure suivante.

2. Déterminer les coordonnées des points de la figure dans le repère $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD})$.

3. Les points A, E et C sont-ils alignés ?

Corrigé de cet exercice de maths sur Points alignés et vecteurs.

Exercice :11

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note E l'ensemble des points dont les coordonnées (x;y) vérifient la relation :

$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

On considère également les points F(4;0) et F'(-4;0).

1. Calculer les coordonnées des points d'intersection de E avec les axes du repères.
2. A l'aide du logiciel géogebra, visualiser l'ensemble E et faire une conjecture sur la somme des distances MF + MF' lorsque M est un point de E.
3. Soit M(x;y) un point de E.

a) Exprimer y^2 en fonction de x^2 et en déduire que $x^2 \leq 25$.

b) Montrer que $MF^2=(\frac{4}{5}x-5)^2$.

c) Sachant que $x \leq 5$, montrer que $\frac{4}{5}x-5 \leq 0$

puis en déduire que $MF=5-\frac{4}{5}x$.

d) Valider la conjecture .

Corrigé de cet exercice de maths sur Coordonnées de points et longueurs . .

Exercice :12

1. Les vecteurs $\vec{u}(1+\sqrt{3};4)$ et $\vec{v}(\frac{1}{2};\sqrt{3}-1)$ sont-ils colinéaires ?

2. Déterminer m tel que les vecteurs $\vec{u}(2;m)$ et $\vec{v}(5;-1)$ soient colinéaires.

Corrigé de cet exercice de maths sur Coordonnées et vecteurs colinéaires.

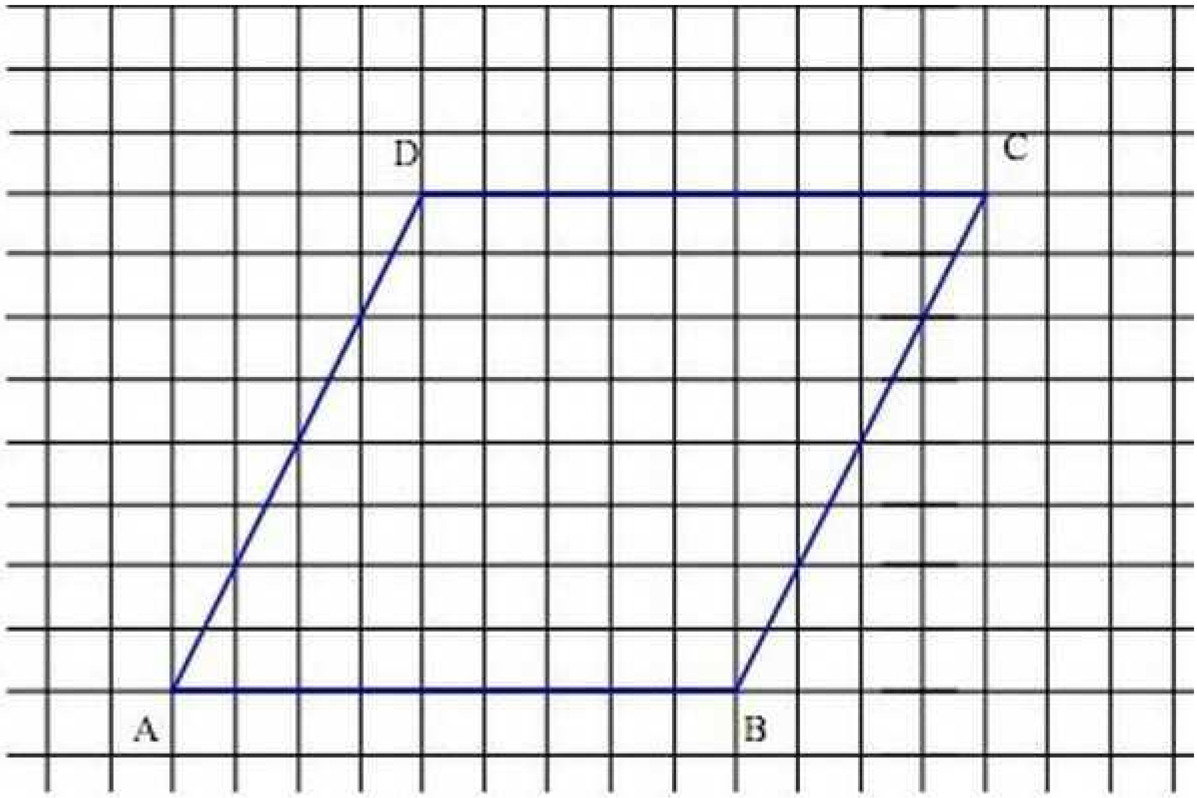
Exercice :13

Soit ABCD un parallélogramme et soit les points M,N et P définis par :

1. Construire les points M, N et P sur la figure ci-dessous.
2. On veut démontrer que les droites (BM) et (PN) sont parallèles.

On propose deux méthode au choix :

Méthode A	Méthode B
a) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{BM}$ et $\overrightarrow{PN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$. b) Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{BM}$ et $\overrightarrow{PN}$. c) Conclure	On se place dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ a) Donner (sans justification) les coordonnées des points A, B, C et D. b) Calculer les coordonnées des points M, N et P. c) Conclure



Corrigé de cet exercice de maths sur Vecteurs et parallèles. .

Exercice :14

A et B sont deux points distincts du plan .

On définit le point M par la relation vectorielle suivante :

$3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.

1. Exprimer $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$.

2. Placer le point M .

Corrigé de cet exercice de maths sur Exprimer un vecteur en fonction de deux autres.

Exercice :15

Dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, on donne K (- 3 ; 5) et L(4 ; 2).
Déterminer l'abscisse du point M d'ordonnée - 2 tel que K, L et M soient alignés.

Corrigé de cet exercice de maths sur Déterminer les coordonnées d'un point M.

Exercice :16

Les vecteurs $\vec{u}(\sqrt{2};1-\sqrt{3})$ et $\vec{v}(1+\sqrt{3};-\sqrt{2})$ sont-ils colinéaires ?

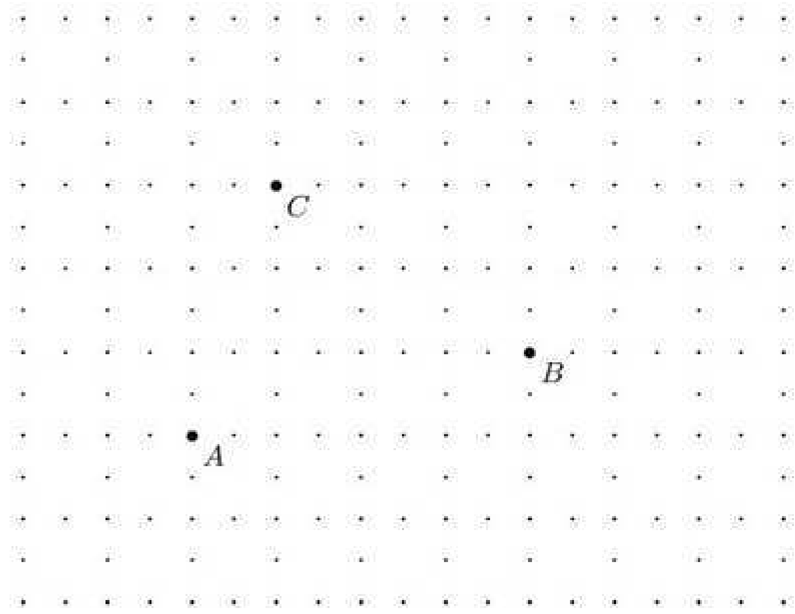
Corrigé de cet exercice de maths sur Colinéarité de deux vecteurs.

Exercice :17

1. Placer le point E tel que $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AC}$.

2. Placer le point F tel que $\overrightarrow{BF}=-\overrightarrow{AC}$.

3. Placer le point G tel que $\overrightarrow{BG}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}$.



Corrigé de cet exercice de maths sur Placer des points à partir d'égalités vectorielles.

Exercice :18

Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, on donne A(2 ;- 3) B(0 ; - 3) C(- 3 ; 0).

1. Déterminer par le calcul les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

2. Que peut-on dire des droites (CE) et (AB) ? Justifier.

3. Donner les équations de (CE) et (AB).

Corrigé de cet exercice de maths sur Etude de droites dans un repère.

Exercice :19

Soient A, B, C et D, quatre points quelconques du plan.

Montrer que :

$$3\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}-2\overrightarrow{DC}=3\overrightarrow{BA}-2\overrightarrow{BC}$$

Corrigé de cet exercice de maths sur Quatre points quelconques du plan.

Exercice : 20

Dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points :

A(5 ; 4), B(– 1 ; 6) et C(– 3 ; 1)

1° a) Placer le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
Déterminer les coordonnées de D.

b) Calculer les coordonnées du point I centre du parallélogramme ABCD.

c) Le point F est le symétrique du point C par rapport au point E(– 2 ; – 1).
Calculer les coordonnées de F.

d) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EI}$ et $\overrightarrow{FA}$.

Que remarque-t-on ? Pouvait-on prévoir ce résultat ?

2° Soit le point M défini par : $\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{DM} = \vec{0}$.

a) Calculer les coordonnées du point M.

b) Les points M, I et D sont-alignés ?

CORRECTION

EXERCICE1

Démontrer que les points B et D sont confondus sachant que :

$$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{CD}$$

$$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{DB}$$

$$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}+\vec{0}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{DB}$$

$$\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{DB}$$

$$\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{DB}$$

$$\vec{0}=\overrightarrow{DB}$$

Conclusion : les points B et D sont confondus

EXERCICE2

ABCD est un parallélogramme de centre O. Les points M, N, P et Q sont tels que :

$$\overrightarrow{AM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{BN}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}\,;\,\overrightarrow{CP}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CD}\,;\,\overrightarrow{DQ}=\frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$$

1.

a. Démontrer que $\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{DP}$.

Nous avons :

$$\overrightarrow{AM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{BM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

de même :

$$\overrightarrow{CP}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CD}$$

$$\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DP}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CD}$$

$$\overrightarrow{DP}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CD}$$

$\overrightarrow{DP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$

Or ABCd est un parallèlogramme donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

donc $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{PD}$

ainsi :

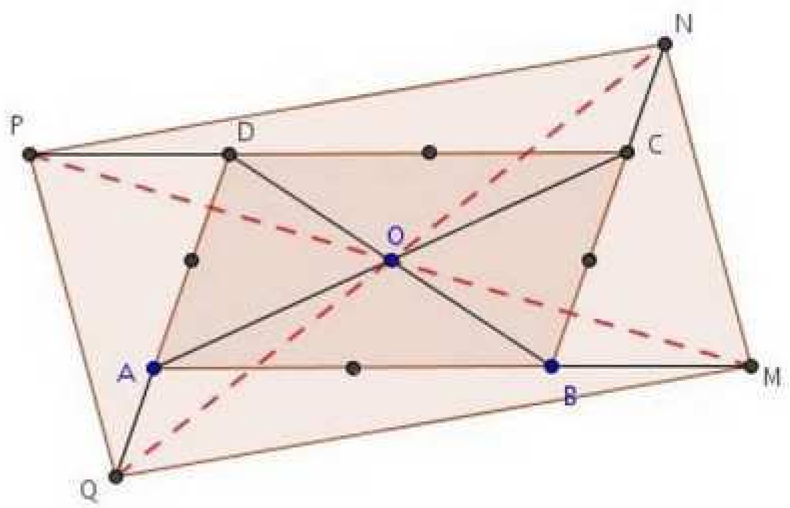
$\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{DP}$

On en déduit que le quadrilatère MBPD est un parallèlogramme.

b. Déduisez-en que O est le milieu de [MP] .

Propriété : **les diagonales d'un parallèlogramme se coupent en leur milieu.**

Conclusion : **le point O est le milieu de [MP].**



EXERCICE3

A et B sont deux points distincts.

On cherche à construire le point M tel que :

$$3\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}=\vec{0}$$

1. Les vecteurs $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ sont-ils colinéaires ?ont-ils le même sens?ont-ils la même norme?

$$\overrightarrow{MA}=-\frac{4}{3}\overrightarrow{MB}$$
$$MA=\frac{4}{3}MB$$

Conclusion : ces deux vecteurs sont colinéaires de sens opposés et n'ont pas la même norme.

2. En utilisant la relation de Chasles, montrer que l'on a l'égalité :

$$7\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{AB}=\vec{0}$$

On sait que :

$$3\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}=\vec{0}$$

$$3\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{AB}=\vec{0}$$

$$7\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{AB}=\vec{0}$$

3. En déduire $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$.

$$7\overrightarrow{AM}=4\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AM}=\frac{4}{7}\overrightarrow{AB}$$

Construire le point M.

EXERCICE4

Exercice n° 1 :

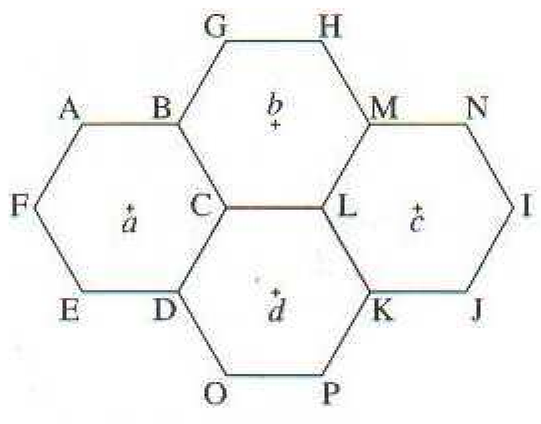
(O,I,J) est un repere orthonormal avec OI=OJ=1 cm.
a. Placer les points...

b. Nous avons :
$\overrightarrow{OA} = -4\overrightarrow{OI} + 6\overrightarrow{OJ} = -2\overrightarrow{OC} + 2\overrightarrow{OD}$
car $\overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OI}$, $\overrightarrow{OD} = 3\overrightarrow{OJ}$
Les coordonnées de A(-2;2) dans (O,C,D)
de même, montrer que les coodrdonné sont B(-1;-1) dans (O,C,D).
Dans le repere (O,D,C), il suffit d'inverser abscisse et ordonnée.

c. LE point O a pour coordonné O(1;1) dans le repère (E,C,D).

Exercice n° 2 :

La figure ci-dessous représente des hexagones reguliers de centres a,b,c,d.



1. Determiner les images de chacun des points C,E,A,M par la translation de vecteur :
a. La translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ envoie C en L, E en D, A en B et M en N.
b. La translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ envoie C en d, A en a et M en c.
c. LA translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$ envoie C en K, E en O,A en C et M en I.

2. Utiliser la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$

Exercice n° 3 :

Demontrer que pour tous points A, B, C, D.

$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}$
$=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}$.
D'après la relation de Chasles.

Exercice n° 4 :

Dans un repere, on considere les points A(-5;3), B(2;-1), C(0;4).
a.Placer les points A,B,C.
$\overrightarrow{AB}(2-(-5);-1-3)=(7;-4)$
b. $\overrightarrow{AC}(0-(-5);4-3)=(5;1),\overrightarrow{BC}=(0-2;4-(-1))=(-2;5).$.

e. $AB=\sqrt{7^2+4^2}=\sqrt{49+16}=\sqrt{65}$

EXERCICE5

Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, on donne :

E(3 ; - 1) F(7 ; - 7)   G(5 ; - 4).

Déterminer si les trois points E, F et G sont alignés.

Vérifions si les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$ sont colinéaires alors les trois points seront alignés.

$\overrightarrow{EF}(7-3;-7+1)$ donc $\overrightarrow{EF}(4;-6)$

$\overrightarrow{EG}(5-3;-4+1)$ donc $\overrightarrow{EG}(2;-3)$

Nous remarquons que $\overrightarrow{EF}=2\overrightarrow{EG}$ donc les vecteurs sont colinéaires

et les points E,F et G sont alignés.

EXERCICE6

Dans chacun des cas suivants, montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

1. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{BD}$.

Utilisons la relation de Chasles :

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{CD}$

2. $2\overrightarrow{CB}-9\overrightarrow{CA}-7\overrightarrow{AD}=\vec{0}$

Utilison la relation de Chasles

$2\overrightarrow{CB}-2\overrightarrow{CA}-7\overrightarrow{CA}-7\overrightarrow{AD}=\vec{0}$

$2\overrightarrow{CB}+2\overrightarrow{AC}-7\overrightarrow{CD}=\vec{0}$

$2\overrightarrow{AB}-7\overrightarrow{CD}=\vec{0}$

$2\overrightarrow{AB}=7\overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{AB}=\frac{7}{2}\overrightarrow{CD}$

EXERCICE7

On considère un triangle ABC et les points I et J tels que :

$\overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

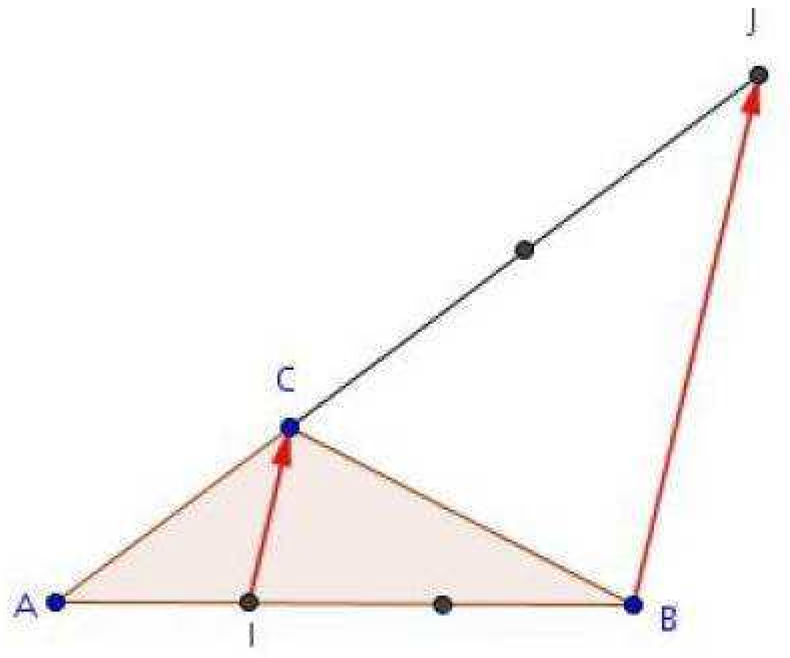
$\overrightarrow{AJ}=3\overrightarrow{AC}$

1. Montrer à l'aide de la relation de Chasles que $\overrightarrow{BJ}=3\overrightarrow{IC}$.

$\overrightarrow{BJ}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AJ}=-3\overrightarrow{AI}+3\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{IC}$

2. Que peut-on en déduire pour les droites (BJ) et (IC) ?

les vecteurs $\overrightarrow{BJ}$ et $\overrightarrow{IC}$ sont donc colinéaires et on en déduit que les droites (BJ) et (IC) sont parallèles.



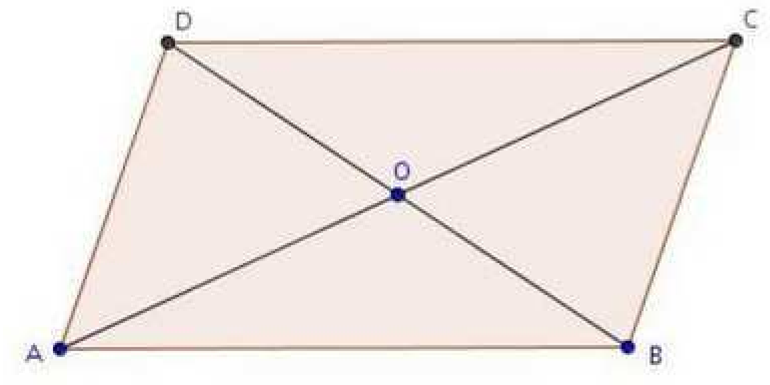
EXERCICE8

ABCD est un parallélogramme de centre O.
Donner l'ensemble des relations vectorielles possibles sur cette figure.

$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

il y en a d'autres sur l'identité du parallélogramme
que vous aurez l'occasion de rencontrer dans d'autres exercices du site.



EXERCICE9

Non corrige

EXERCICE10

Les points P, Q et R sont-ils alignés ?

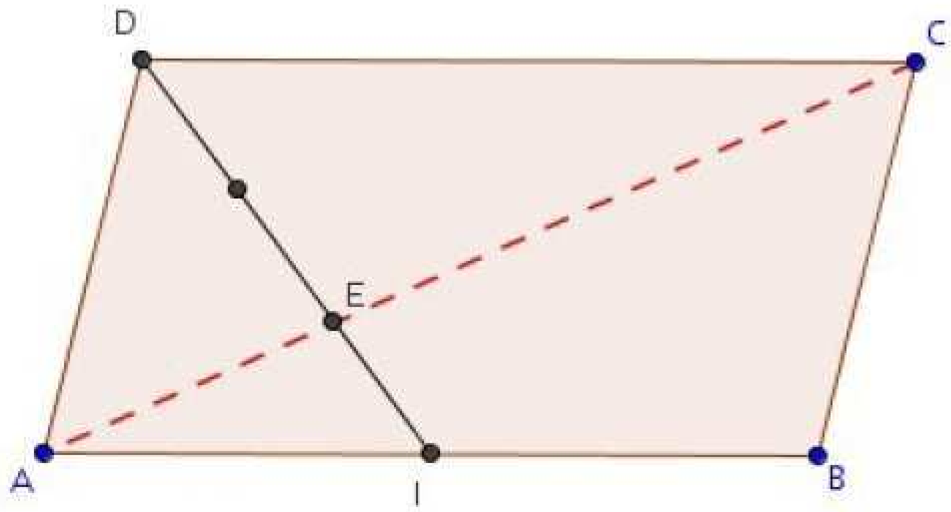
Oui ils sont alignés, montrez que les vecteurs $\overrightarrow{RP}$ et $\overrightarrow{RQ}$ sont colinéaires .

EXERCICE11

ABCD est un parallélogramme.
I est le milieu de [AB].

E est le point tel que $\overrightarrow{DE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DI}$

1. Effectuer la figure suivante.



2. Déterminer les coordonnées des points de la figure dans le repère $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD})$.

3. Les points A, E et C sont-ils alignés ?

Oui ils sont alignés, montrez que les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

EXERCICE12

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note E l'ensemble des points dont les coordonnées (x;y) vérifient la relation :
$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

On considère également les points F(4;0) et F'(-4;0).

1. Calculer les coordonnées des points d'intersection de E avec les axes du repères.

Lorsque x=0 , y=3 et y= -3.

Lorsque y=0, x=5 et x= - 5 .

2. A l'aide du logiciel géogebra, visualiser l'ensemble E et faire une conjecture sur la somme des distances MF + MF' lorsque M est un point de E.

La distance MF+MF' est constante.

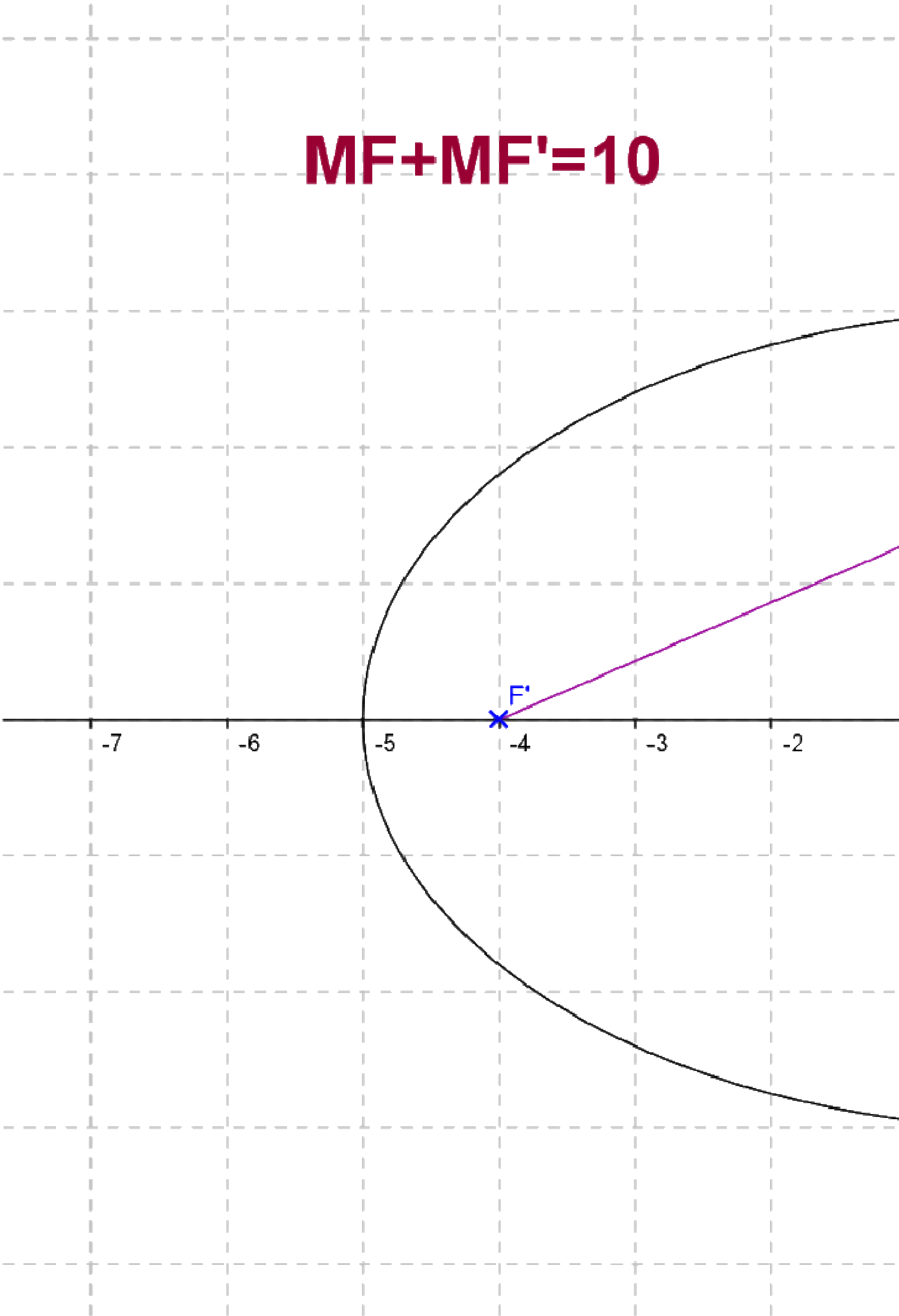
3. Soit M(x;y) un point de E.
a) Exprimer y^2 en fonction de x^2 et en déduire que $x^2\leq 25$.

$y^2 = 9(1 - \frac{x^2}{25})$

or $y^2 > 0$ ce qui est équivalent à dire que $1 - \frac{x^2}{25} \geq 0$ ce qui équivaut à $x^2 \leq 25$

b) Montrer que $MF^2 = (\frac{4}{5}x - 5)^2$.

MF+MF'=10



c) Sachant que $x \leq 5$, montrer que $\frac{4}{5}x - 5 \leq 0$

puis en déduire que $MF = 5 - \frac{4}{5}x$.

d) Valider la conjecture .

EXERCICE13

1. Les vecteurs $\vec{u}(1+\sqrt{3};4)$ et $\vec{v}(\frac{1}{2};\sqrt{3}-1)$ sont-ils colinéaires ?

Calculons le déterminant :

$(1+\sqrt{3})(\sqrt{3}-1) - 4\times\frac{1}{2} = (\sqrt{3}^2 - 1^2) - 2 = 2 - 2 = 0$

Conclusion : **ces deux vecteurs sont colinéaires.**

2. Déterminer m tel que les vecteurs $\vec{u}(2;m)$ et $\vec{v}(5;-1)$ soient colinéaires.

Le déterminant doit être nul :

$2\times(-1) - 5m = 0$

$-2 - 5m = 0$

$m = -\frac{2}{5}$

EXERCICE14

méthode A

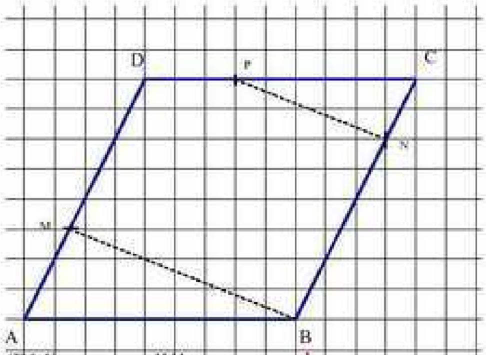
a) $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \boxed{-\overrightarrow{AB} + \frac{3}{8}\overrightarrow{AD}}$

$\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$

$= \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD} = \boxed{\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}}$

b) $\overrightarrow{PN} = -\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \left(\frac{1}{4}\times\frac{3}{2}\right)\overrightarrow{AD}\right) = \frac{2}{3}\overrightarrow{BM}$

Les vecteurs $\overrightarrow{PN}$ et $\overrightarrow{BM}$ sont colinéaires .



c) Les vecteurs $\overrightarrow{PN}$ et $\overrightarrow{BM}$ sont colinéaires et les droites (PN) et (BM) sont parallèles.

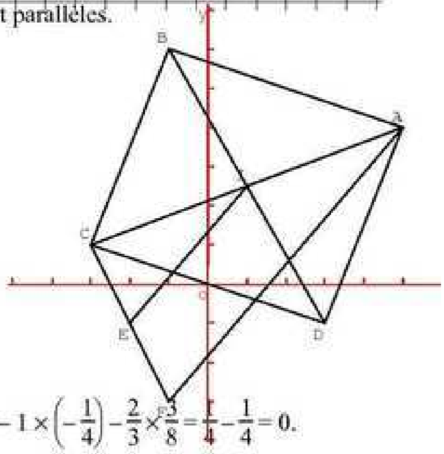
méthode B

a) A(0 , 0), B(1 , 0), C(1 , 1) et D(0 , 1)

b) $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{8}\overrightarrow{AD}$ donc $\boxed{M\left(0\,,\frac{3}{8}\right)}$

$\overrightarrow{BN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = \frac{3}{4}(1-1) \\ y-0 = \frac{3}{4}(1-0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{3}{4} \end{cases}$ $\boxed{N\left(1\,,\frac{3}{4}\right)}$

$\overrightarrow{CP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = \frac{2}{3}(0-1) \\ y-1 = \frac{2}{3}(1-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = 1 \end{cases}$ $\boxed{P\left(\frac{1}{3}\,,1\right)}$



c) $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} 0-1 \\ 3/8-0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PN}\begin{pmatrix} 1-1/3 \\ 3/4-1 \end{pmatrix}$ on a $(0-1)\times\left(\frac{3}{4}-1\right)-\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{8} = -1\times\left(-\frac{1}{4}\right)-\frac{2}{3}\times\frac{3}{8} = \frac{1}{4}-\frac{1}{4} = 0.$

Les vecteurs $\overrightarrow{BM}$ et $\overrightarrow{PN}$ sont colinéaires donc les droites (BM) et (PN) sont parallèles.

EXERCICE15

A et B sont deux points distincts du plan .

On définit le point M par la relation vectorielle suivante :

$3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.

1. Exprimer $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$.

Utilisons la relation de Chasles :

$3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

$4\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

$4\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$

2. Placer le point M .

EXERCICE16

Dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, on donne K (- 3 ; 5) et L(4 ; 2).
Déterminer l'abscisse du point M d'ordonnée - 2 tel que K, L et M soient alignés.

Pour que les points soient alignés il faut que les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{LM}$ soient colinéaires avec $M(x;-2)$.

Calculons les coordonnées de ces deux vecteurs :

$\overrightarrow{KL}(4+3;2-5)$

$\overrightarrow{KL}(7;-3)$

et

$\overrightarrow{LM}(x-4;-2-2)$

$\overrightarrow{LM}(x-4;-4)$

Ces deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si :

$7\times(-4)-(-3)(x-4)=0$

$-28+3(x-4)=0$

$-28+3x-12=0$

$3x-40=0$

$x=\frac{40}{3}$

Conclusion : $M(\frac{40}{3};-2)$.

EXERCICE17

Les vecteurs $\vec{u}(\sqrt{2};1-\sqrt{3})$ et $\vec{v}(1+\sqrt{3};-\sqrt{2})$ sont-ils colinéaires ?

Calculons le déterminant :

$\sqrt{2}\times(-\sqrt{2})-(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})$

$=-2-(1^2-\sqrt{3}^2)$

$=-2-(1-3)$

$=-2-(-2)$

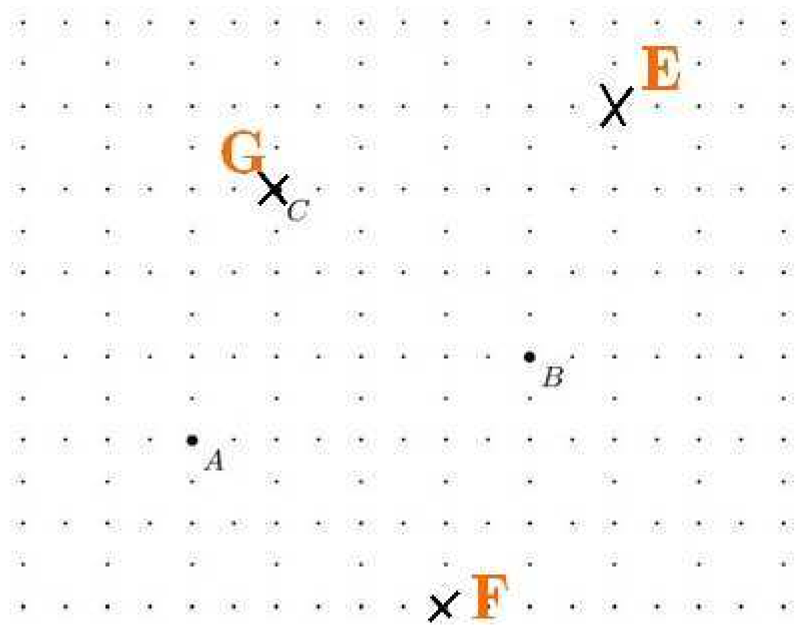
$=0$

EXERCICE18

1. Placer le point E tel que $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AC}$.

2. Placer le point F tel que $\overrightarrow{BF}=-\overrightarrow{AC}$.

3. Placer le point G tel que $\overrightarrow{BG}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}$.



EXERCICE20

Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, on donne A(2 ;- 3) B(0 ; - 3) C(- 3 ; 0).

1. Déterminer par le calcul les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

Résolvons un système :

$$\begin{pmatrix} x+3 \\ y-0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{0-2}{2} \\ \frac{-3+3}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x+3 \\ y-0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Nous obtenons les deux équations :

$x+3=-1 \; et \; y-0=0$

donc

$x=-4 \; et \; y=0$

Conclusion : **les coordonnées du point E sont E(- 4 ; 0) .**

2. Que peut-on dire des droites (CE) et (AB) ? Justifier.

Les vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{AB}$ étant colinéaires, les droites (CE) et (AB) sont parallèles.

EXERCICE21

Soient A, B, C et D, quatre points quelconques du plan.

Montrer que :

$$3\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}-2\overrightarrow{DC}=3\overrightarrow{BA}-2\overrightarrow{BC}$$

Nous avons

$$3\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}-2\overrightarrow{DC}$$
$$=3\overrightarrow{DB}+3\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{DB}-2\overrightarrow{DB}-2\overrightarrow{BC}$$
$$=3\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DB}-2\overrightarrow{DB}+3\overrightarrow{BA}-2\overrightarrow{BC}$$
$$=\vec{0}+3\overrightarrow{BA}-2\overrightarrow{BC}$$
$$=3\overrightarrow{BA}-2\overrightarrow{BC}$$

EXERCICE22

A(5 ; 4), B(− 1 ; 6) et C(− 3 ; 1) E(− 2 ; − 1).

1° a) ABCD parallélogramme $\Leftrightarrow \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=5+1 \\ y-1=4-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$ $\boxed{D(3\,,-1)}$

b) I milieu de [AC] : $x_I = \dfrac{5-3}{2}$ et $y_I = \dfrac{4+1}{2}$ $\boxed{I\left(1\,,\frac{5}{2}\right)}$

c) E est le milieu de [CF] donc $\overrightarrow{CF} = 2\,\overrightarrow{CE} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=2\times(-2+3) \\ y-1=2\times(-1-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$ $\boxed{F\,(-1\,,-3)}$

d) $\overrightarrow{EI}\begin{pmatrix} 1+2 \\ 5/2+1 \end{pmatrix}$ donc $\boxed{\overrightarrow{EI}\begin{pmatrix} 3 \\ 7/2 \end{pmatrix}}$ et $\overrightarrow{FA}\begin{pmatrix} 5+1 \\ 4+3 \end{pmatrix}$ donc $\boxed{\overrightarrow{FA}\begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix}}$. On a : $\boxed{\overrightarrow{FA} = 2\,\overrightarrow{EI}}$

Dans le triangle ACF on peut appliquer le théorème des milieux et obtenir le résultat.

$\left.\begin{array}{l} \text{I milieu de [AC]} \\ \text{E milieu de [CF]} \end{array}\right\}$ donc (EI) // (AF) et AF = 2 EI.

Comme $\overrightarrow{EI}$ et $\overrightarrow{FA}$ sont de même sens on a : $\boxed{\overrightarrow{FA} = 2\,\overrightarrow{EI}}$

2° a) $\overrightarrow{AM} + 3\,\overrightarrow{DM} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x-5+3\,(x-3)=0 \\ y-4+3\,(y+1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4\,x=5+9 \\ 4\,y=4-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{7}{2} \\ y=\dfrac{1}{4} \end{cases}$ $M\left(\dfrac{7}{2}, \dfrac{1}{4}\right)$

b) $\overrightarrow{DM}\begin{pmatrix} 7/2-3 \\ 1/4+1 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{DM}\begin{pmatrix} 1/2 \\ 5/4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DI}\begin{pmatrix} 1-3 \\ 5/2+1 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{DI}\begin{pmatrix} -2 \\ 7/2 \end{pmatrix}$

$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{7}{2}-\dfrac{5}{4}\times(-2)=\dfrac{7}{4}+\dfrac{5}{2}\neq 0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{DM}$ et $\overrightarrow{DI}$ ne sont pas colinéaires donc les points M, I et d ne sont pas alignés.