BAC sciences expérimentales (2011) principale

EXERCICE1(4 points)

Une seule réponse est correcte aucune justification n'est demandée

Dans la figure ci contre ABCDEFGH est un cube d'arête 1

On munit l'espace d'un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$

1)le vecteur $\overrightarrow{BF} \wedge \overrightarrow{BC}$ est égal à

a)$\overrightarrow{BG}$ b)$\overrightarrow{BD}$ c)$\overrightarrow{BA}$

2)l'intersection des plans d'équations x=1 et y=1 est la droite

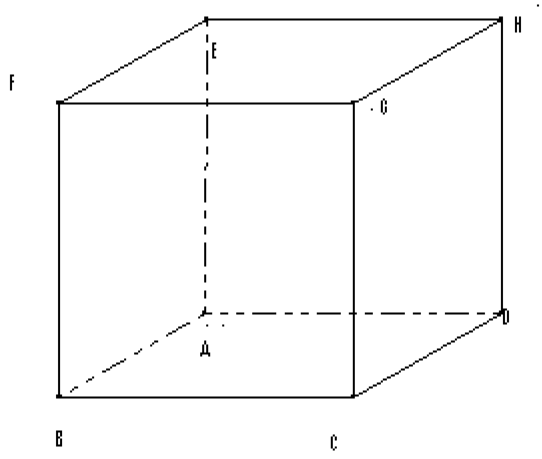
a) (CH) b) (CF) c) (CG)

3) une équation du plan (ACE) est

a) x+y=0 b) x-y=0 c) x-y=1

4) l'intersection de la sphère d'équation $x^2+y^2+z^2=2$ avec le plan d'équation z=1 est

a) un cercle b) un point c) l'ensemble vide



EXERCICE2(5 points)

Le plan est muni d'un repère $((o,\vec{u},\vec{v})$ on considère les points A et B d'affixes respectives

a=$\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad et\ b=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$

1)a) donner l'écriture exponentielle de chacun des nombres complexe a et b

b) verifier que b^2=a

2) soit C le point d'affixe c=a+b

a) placer les points A,B et C

b) verifier que $c=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$

3)on considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) z^2+z-c=0

a) verifier que b est une solution de l'équation (E)

b) on désigne par d la deuxième solution de l'équation (E)

montrer que d=$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}e^{i\frac{-11\pi}{12}}$

c) place »r alors le point D d'affixe d

EXERCICE3(6points)

Dans l'annexe ci-joint on a représenter dans un repère $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$la courbe (C)

De la fonction logarithme népérien (ln)

1)placer les points de la courbe d'abscisses $e\ et\ \sqrt{e}$

2) soit f la fonction définie sur]0,+∞[par f(x)=$\ln^2$x –lnx+1

On note C_f sa courbe représentative dans le repère $((o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

a)montrer que $\lim_{x\to 0^+} f(x)=+\infty \quad et\ que\ \lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

b)calculer $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x} \quad interpreter\ graphiquement\ le\ resultat$

c)montrer que pour tout reel x>0 f'(x)=$\frac{2\ln x-1}{x}$

d)dresser le tableau de variation de f

3)a) étudier la position relative des courbes (C_f) et (C)

b)tracer (C_f) dans l'annexe ci-joint

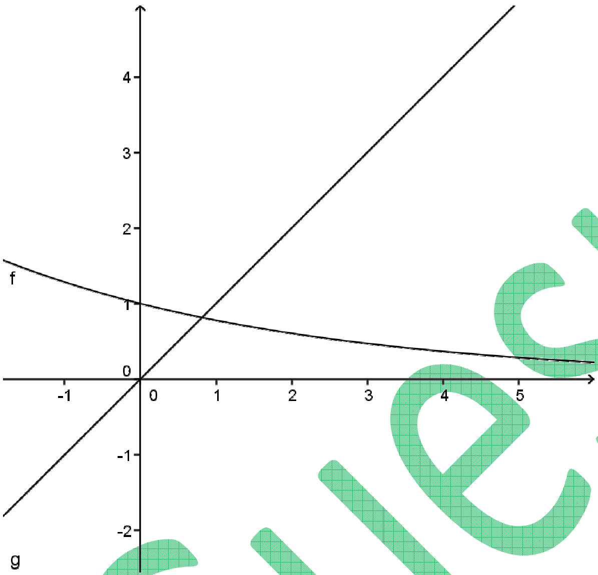
4)soit A l'aire de la partie du plan limitée par les courbes (C) et (C_f) et les droites d'équations

X=1 et x=e

a)montrer que $\int_1^e ln^2x\, dx = e - 2$

b)calculer A

EXERCICE4(5points)



Dans la figure on a représenter dans un repère orthonormé la courbe (C) de

La fonction f(x)=$e^{\frac{-x}{4}}$ ainsi la droite $\Delta: y = x$

1)a) utiliser le graphique pour justifier que l'équation $e^{\frac{-x}{4}} = x$ admet dans [0,1]une solution

Unique α

b)vérifier que 0,8<α<0,9

2)soit (U_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} \quad n \geq 0$

a)montrer que pour tout entier naturel n $0 \leq u_n \leq 1$

b) montrer que pour tout x$\in [0,1] \quad |f'(x)| \leq \frac{1}{4}$

c)montrer que pour tout entier naturel n $|u_{n+1} - \propto| \leq \frac{1}{4}|u_n - \alpha|$

d)en déduire que pour tout entier naturel n $\quad |u_n - \alpha| \leq (\frac{1}{4})^n$

e)montrer que la suite (U_n) converge vers α

3)a)déterminer un entier naturel n_0 tel que pour n$\geq n_0$ $|u_n - \alpha| < 10^{-3}$

b) en déduire une valeur approchée de α à $10^{-3}pres$

CORRECTION BAC 2011 SCIENCES EXPERIMENTALE(PRINCIPALE)

EXERCICE1

1) : c
   Justification
   $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ repere orthonorme direct
   Donc $\overrightarrow{BF}$^$\overrightarrow{BC}$=$\overrightarrow{AE}$^$\overrightarrow{AD}$= -($\overrightarrow{AD}$^$\overrightarrow{AE}$) $= -\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$
2) : c
   Justification
   Soit P_1 : x=1 est le plan (BCGF)et P_2 :y=1 est le plan (CDHG)
   Donc $P_1 \cap P_2 = (CG)$
3) : b
   Justification
   A(0,0,0) C(1,1,0) et E(0,0,1)
   $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ y & 1 & 0 \\ z & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \ ssi \ x - y = 0$$

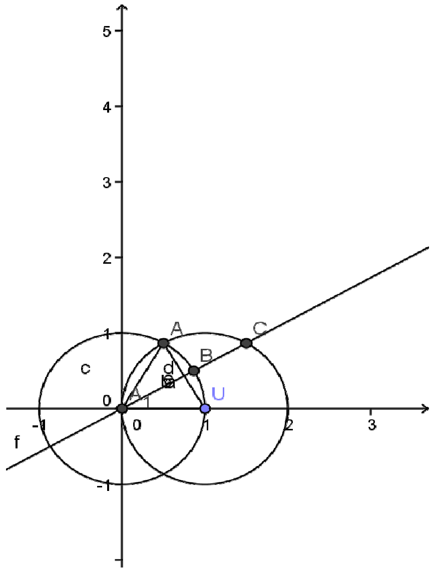
4) : a
   Justification
   P : z-1=0
   S : $x^2+y^2+z^2=2$ donc S(A,$\sqrt{2}$)
   d(A,P)=$\frac{|-1|}{\sqrt{3}} < \sqrt{2}$ donc S$\cap$ $P = cercle$

EXERCICE2

1)a) a=$\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ et b=$e^{i\frac{\pi}{6}}$

b) $b^2=(e^{i\frac{\pi}{6}})^2=a$

2) a+b=$(\frac{1+\sqrt{3}}{2})(1+i)=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$



3)$a)\ z^2+z-c=0$ (E)

$b=e^{i\frac{\pi}{6}}\ donc\ (e^{i\frac{\pi}{6}})^2+e^{i\frac{\pi}{6}}-c=a+b-c=0$

Donc b est sulution de (E)

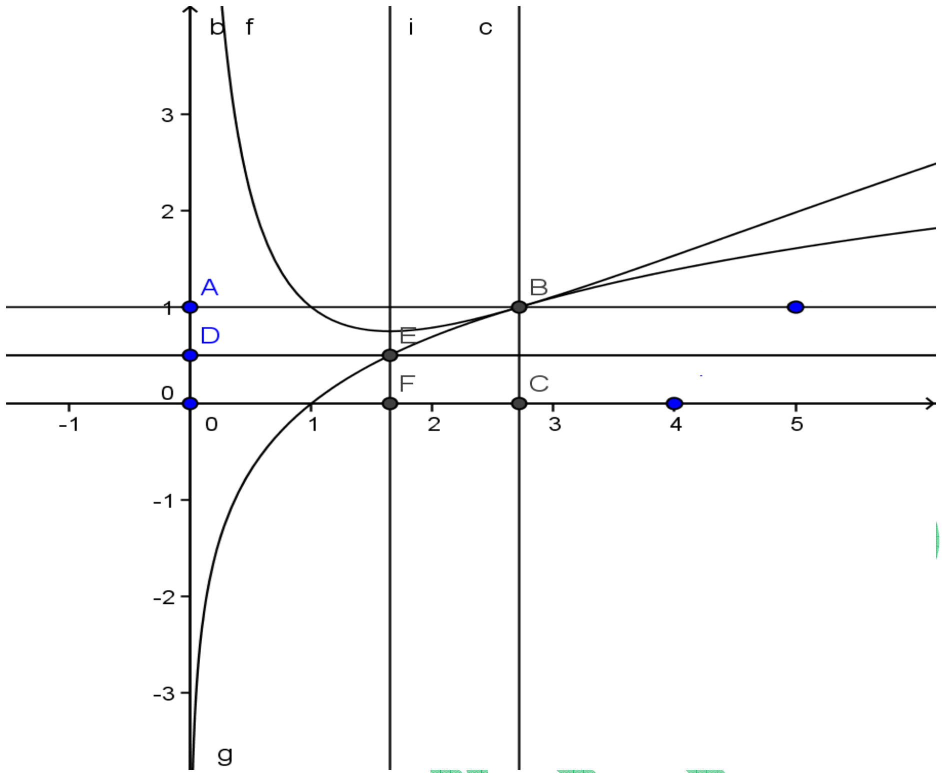
b)si une equation de la forme $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$admet deux solutions distinctes

b et d alors $\begin{cases} b+d=\frac{-\beta}{\alpha} \\ bd=\frac{\gamma}{\alpha} \end{cases}$

alors d=$-\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}\right)\frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{e^{i\frac{\pi}{6}}}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}e^{-i\frac{11\pi}{12}}$

EXERCICE3

1)



G est la representation graphique de g(x)=ln(x)

F est la representation de f(x)=ln^{2}x-lnx+1

Puisque ln(e)=1 et que $\ln(\sqrt{e}) = \frac{1}{2}$

Aors si A(0,1) et D(0,1/2) alors les droites passant respectivement par A et D coupent respectivement la courbe g en B(e,1) et E$(\sqrt{e}, \frac{1}{2})$

2)pour tout x∈$]0,+\infty[$ $f(x) = [\ln(x)]^2 - \ln(x) + 1$

a)$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}[lnx]^2\left[1 - \frac{1}{lnx} + \frac{1}{[lnx]^2}\right] = +\infty$

de la meme manière on a $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$

b)$\lim_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ donc la courbe (C_f) admet une branche parabolique de direction celle de $(o, \vec{\imath})$ en $+\infty$

c)f'(x)=$\frac{2}{x} lnx - \frac{1}{x}$ pour x>0

d)le signe de f'(x) est celui de 2lnx-1

alors 2lnx-1≥ 0 $\Leftrightarrow lnx \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \geq \sqrt{e}$

x	0		$\sqrt{e}$		$+\infty$
f'(x)		-	0	+	
f(x)	$+\infty$	↘	$\frac{3}{4}$	↗	$+\infty$

3)a) position de (C_f) par rapport à (C)

Soit alors h(x)=f(x)-lnx=(lnx-1)$^2 \geq 0$

Donc la courbe (C_f) est toujours au dessus de (C)

b)A=$\int_1^e |f(x) - \ln(x)| dx = \int_1^e (lnx)^2 dx - 2\int_1^e lnx\, dx + \int_1^e dx$

calculons $I = \int_1^e (lnx)^2 dx$

integration par partie

soit u=ln^{2}x donc u'=$\frac{2}{x} lnx$

v'=1 donc v=x

I=$[xlnx]^e_1$-2$\int_1^e lnxdx = e - [xlnx - x]_1^e = e - 2$

Donc A=2e-5

EXERCICE4

1)a)les solution grahiques de l'equation $e^{\frac{-x}{4}} = x$ sont obtenues comme abscisses des points

D'intersection des deux courbes qui est dans notre cas un seul point

b) soit la fonction g(x)=$e^{-\frac{x}{4}} - x$

g est continue sur IR et strictement decroissante

et que g(0,8)xg(0,9)<0 donc l'equation g(x)=0 admet une seule solution α *tel que* $0,8 < \alpha < 0,9$

2)a) pour n=0 on a $0 \leq 1 \leq 1$ *vrai*

Supposons que u_n>0 alors $e^{\frac{-u_n}{4}} \geq 0$ *donc* $u_{n+1} \geq 0$

D'où $u_n \geq 0$ pour tout n

Soit la fonction h(x)=$e^{\frac{-x}{4}} - 1$ on h'(x)=$\frac{-1}{4} e^{\frac{-x}{4}} < 0$

Et que h(0)=0 et que $\lim_{x\to+\infty} h(x) = -\infty$ donc h(x) admet un maximum nul d'où

H(x)≤ 0 *alors* $h(u_n) \leq 0$ donc $u_{n+1} \leq 1$ *alors pour tout n* $u_n \leq 1$

b) f'(x)=$\frac{-1}{4} e^{\frac{-x}{4}}$ *et que* $f''(x) = \frac{1}{16} e^{\frac{-x}{4}} \geq 0$

x	0		1
f''(x)		+	
f'(x)	$\frac{-1}{4}$	$\nearrow$	$\frac{-1}{4}e^{\frac{-1}{4}}<\frac{1}{4}$

Donc $|f'(x)| \leq \frac{1}{4}$

c) d'apresz le theorem des accroissement finie (corollaire) sur l'intervalle $[\alpha, u_n]$

$\frac{|f(u_n)-f(\alpha)|}{|u_n-\alpha|} \leq \frac{1}{4}$ or f$(u_n) = u_{n+1}$ $et\ que\ f(\alpha) = \alpha$

Alors $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{4}|u_n - \alpha|$

d) on a $|u_n - \alpha| \leq \frac{1}{4}|u_{n-1} - \alpha|$

$|u_{n-1} - \alpha| \leq \frac{1}{4}|u_{n-2} - \alpha|$

……………………………………

……………………………………

$|u_1 - \alpha| \leq \frac{1}{4}|u_0 - \alpha|$

Or u_0=1 et que $|1 - \alpha| \leq 1$

En multipliant member à membre ona et en simplifiant

Alors $|u_n - \alpha| \leq (\frac{1}{4})^n$

e) f etant decroissante minoree donc (u_n) est decroissante et minoree par $\alpha - (\frac{1}{4})^n$ donc converge

or -1<$\frac{1}{4} < 1$ (u_n) converge vers α

3)a) $(\frac{1}{4})^n < 10^{-3}$ $donc\ n > \frac{3ln10}{ln4}$ $donc\ n_0 = 5$

b) calcul