

Exercice 1 Développer et réduire

- a) $(x - 3)^2 - 3x(2x - 1)$
 b) $(x - 2)^2 - (2x - 2)(2x + 2)$
 c) $(3x - 1)^2 - (3x + 1)^2 - (3x + 1)(3x - 1)$

Exercice 2 Factoriser les expressions suivantes :

$$\begin{array}{ll} A = x^2 - x + \frac{1}{4} & B = x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} \\ C = 9x^2 + 12x + 4 & D = \frac{x^2}{4} - x + 1 \\ E = 3x^2 - \frac{3}{4} & F = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{8} \end{array}$$

Exercice 3 : Factoriser les expressions :

$$A = 3(x + 1)(7 - 2x) + (7 - 2x)(2 + x)$$

$$B = 2(3 - x)(x + 2) - 3(x + 2)(4 + x)$$

$$C = (2 - 3x)(6 + x) - (2 - 3x)$$

Exercice 4

1) Compléter chacune de ces sommes afin d'obtenir le développement d'un carré à préciser :

$$A = x^2 + 2x + \dots \quad B = 4a^2 - 4a + \dots$$

$$C = 4x^2 - 20xy + \dots \quad E = 9x^2 - 12xy \dots$$

Exercice 5

1) Développer les expressions :

$$A(x) = (x+3)^2 - (2x + 1)^2$$

$$B(x) = (1 - 2x)^2 + (1 + 2x)(1 - 2x)$$

2) Factoriser les expressions :

$$A(x) = (3x - 5)^2 - (1 - 2x)^2$$

$$B(x) = (4x - 3)^2 - (2x + 1)^2$$

Exercice 6

1) Soit l'expression $E = 4x^2 - 6x + 2$

$$a) \text{ Montrer que } E = \left(2x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

b) En déduire une factorisation de E

$$c) \text{ Calculer } E \text{ pour } x = \frac{1}{2}$$

$$2) a) \text{ Montrer que } x^2 + ax = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$b) \text{ Factoriser alors } F = x^2 + 6x - 7$$

Exercice 7

$$\text{Soit } x \in [1 ; 3[\quad \text{et} \quad A = \frac{2x^2 + 5x + 1}{x + 1}$$

$$1) \text{ Vérifier que } A = 2x + 3 - \frac{2}{x + 1}$$

$$2) \text{ Encadrer } 2x + 1 \text{ et } \frac{2}{x + 1}$$

3) Déduire un encadrement de A

Exercice 8

$$\text{Soit } A(x) = (x - 1)(x + 2) - (x - 1)(2x + 6)$$

$$\text{Et } B(x) = (x - 3)^2 - (2x - 4)(x - 3)$$

$$1) \text{ Calculer } A(-2) \text{ et } B(2)$$

$$2) \text{ Montrer que } A(x) = -x^2 - 3x + 4$$

$$\text{et } B(x) = -x^2 + 4x - 3$$

$$3) \text{ Factoriser } A(x) \text{ et } B(x) \text{ et } A(x) + B(x)$$

Exercice 9

Soit $A = (2x - 3)^2 - (3x + 1)(2x - 3)$ et $B = 4x^2 - 9$

1. Calculer A et B pour $x = -1$ puis pour $x = 2$

2. Factoriser A ; B ; A + B ; A - B.

3. Développer A

Exercice 10

1. Soit $A = 2(3x - 1)^2 - 3x(9x^2 - 1) + 9x^2(3x - 1)$

a) Factoriser A.

b) Développer puis réduire A.

2. Soit $E = x^3 - 27 - 2x^2 + 12x - 18$

et $F = (x - 3)(x - 8)$

a) Factoriser E et développer F.

b) Factoriser le maximum E + F

Exercice 11

1. Soit $A = (2x + 1)^2 - (x - 5)^2$

a) Développer puis simplifier A

b) Factoriser A

c) Calculer A pour $x = -6$

2. Factoriser $B = x^3 + 8 + (x + 2)(3x - 5)$

et $C = x^3 - 8 + (x - 2)(3x + 5)$

3. Soient a et b deux réels tels que $a^2 + b^2 = 1$

a) Montrer que $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2$

b) Montrer que $a^6 + b^6 + 3a^2b^2 = 1$

Exercice 12

1. Développer et simplifier $A = (x + 1)^3 - x(x - 2)^2$

2. Factoriser $B = x^3 - 27 + 2(x - 3)(x + 1)$

et $C = (x - 2)^2 - 4(x + 1)^2$

3 Soient a et b deux réels positifs tels que

$$a^2 + b^2 = 8 \text{ et } a + b = 2\sqrt{3}$$

a) Montrer que $ab = 2$

b) Sans calculer a et b, calculer $a^4 + b^4$.

Exercice 13

1. On donne $x = 6 - 2\sqrt{5}$ et $y = 7 + 4\sqrt{3}$

a) Ecrire x et y sous forme $(a + b)^2$ ou $(a - b)^2$

$$\text{b) Calculer } \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{y}}$$

2. Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 2x^3 - 16; \quad B = x^3 + 6x^2 + 12x + 8.$$

$$\text{2. a) Simplifier: } E = \frac{A}{x^2 + 2x + 4} \text{ et } F = \frac{2B}{(x + 2)^2}$$

Exercice 14

Soit $F(x) = x^2 - 4x - 5$.

1. a) Montrer que $F(x) = (x - 2)^2 - 9$

b) Factoriser alors $F(x)$ et déduire les valeurs du réels x tel que $F(x) = 0$

2. Soit $G(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 16$

a) Développer $(x - 2)^3$ et déduire que

$$G(x) = (x - 2)^3 - 8.$$

b) Factoriser alors $G(x)$.